2
F
11

Digitized by Google

IOANNIS
DELLA FAILLE
ANTVERPIENSIS
E SOCIETATE IESV

In Academia Matritenſi Collegij Imperialis
Regij Matheſeos Profeſſoris

THEOREMATA
DE CENTRO GRAVITATIS
PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS.



Biblioth. Schol. Piar. S. Pantal.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

ANTVERPIÆ,
EX OFFICINA TYPOGRAPHICA
IOANNIS MEVRSI.
ANNO M. DC. XXXII.

ex lib. Alph. Borelli

Digitized by Google

Digitized by Google

IOANNIS DELLA FAILLE ANTVERPIENSIS

E SOCIETATE IESV

In Academia Matritenſi Collegij Imperialis Regij Matheſeos Profeſſoris

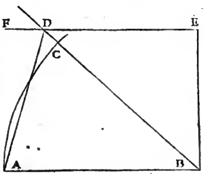
THEOREMATA

DE CENTRO GRAVITATIS PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS.

PROPOSITIO I. THEOREMA I.

Dato quolibet Sectore circuli, vnoq; eius latere producto, poſsibile eſt à termino alterius lateris, lineam ducere ad productum latus, vt illud, quod fiet triangulum rectilineum, Sectori ſit æquale.

SIT datus circuli Sector A B C. Dico poſſe duci A D, concurrentem cum latere B C in D, vt triangulum A B D æquale ſit Sectori A B C.



Nam per ea quæ ab Archimede demonſtrata ſunt; in libro de lineis ſpiralibus, poſſibile eſt arcui A C dare lineam rectam æqualem; ſit illa B E, ducta perpendiculariter ad A B, ducatur E F parallela B A, ſecans B C in D, ducaturque A D.

Cum trianguli A B D altitudo ſit æqualis arcui Sectoris, & baſis A B æqualis ſemidiametro, erit triangulum æquale Sectori.

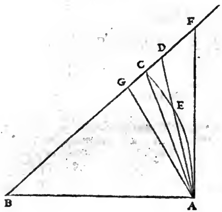
Igitur dato quolibet Sectore, &c. quod fuit demonſtrandum.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

PROPOSITIO II. THEOREMA II.

Si à latere Sectoris circuli, triangulum Sectori æquale deſcriptum fuerit vt prius, alterum trianguli latus circa communem cum Sectore angulum, Sectoris latere maius erit; & tertium latus eius arcum ſecabit.



Sit triangulum A D B Sectori B A E C æquale. Dico latus B D maius eſſe latere B A.

Si enim latus B D non ſit maius, cadet punctum D vel in punctum C, vel infra C in G; & vtroque caſu debebit triangulum A D B, quod eſt pars Sectoris, toti Sectori eſſe æquale, quod fieri nequit, cadet ergo D vltra C.

Dico præterea lineam A D, ſecare arcum Sectoris in aliquo puncto E.

Ducatur enim A F tangens circulum in A.

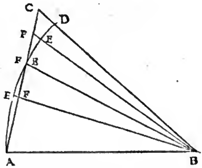
Cum totus Sector B A E C, cadat intra triangulum A F B, erit illud maius Sectore, ergo linea A D quæ aufert triangulũ Sectori æquale, cadet intra A F, ſed etiam vltra A C ſubtenſam, vt iam oſtenſum eſt, ergo ſecabit arcum in aliquo puncto E.

Igitur ſi à latere ſectoris circuli, &c. quod demonſtrare oportuit.

PROPOSITIO III. THEOREMA III.

Si triangulum quodpiam fuerit æquale Sectori circuli, à baſi trianguli tamquam ſemidiametro, deſcripto vt ſupra; linea è centro Sectoris educta, arcum & oppoſitum trianguli latus ita ſecabit, vt minor proportio ſit partis lateris

teris baſi vicinioris ad reliquam, quam partis arcus baſi vicinioris, ad reliquam.



Sit triangulum A C B æquale Sectori B A D, & ex centro B quæcumque linea ſecet arcum A D in E, & latus oppoſitum in F.

Dico minorem eſſe proportionem lineæ A F ad F C, quam arcus A E ad E D.

[a] Cum linea A C ſecet arcum A D in aliquo puncto, poteſt linea B F cadere in illud punctum, vel ſupra vel infra; quomodocumque vero cadat triangulum A F B, inter lineam B F & baſim poſitum, ſemper minus erit Sectore B A E, itidem inter baſim & lineam B E conſtituto, quod primùm demonſtro. a 2. huius.

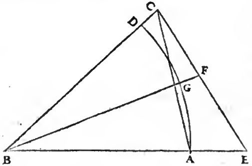
Cadat linea in punctum vbi A C arcum A D interſecat, manifeſtum eſt triangulum A F B, Sectori B A E inſcriptum, Sectore minus eſſe; ſi cadat infra interſectionem, cum B E ante ſecet lineam A C quam arcum, iterum conſtabit triangulum A F B, Sectore B A E minus eſſe. Si denique cadat ſupra interſectionem, cum Sector B E D iam cadat intra triangulum B F C, erit minor triangulo B F C, ſed totum triangulum A C B eſt æquale toti Sectori B A D, pars trianguli ſcilicet B F C eſt maior Sectore B E D, ergo reliqua pars trianguli, ſcilicet A F B, minor erit reliquâ parte Sectoris B A E, atque ita ſemper triangulum A F B, minus eſt Sectore B A E.

Hoc poſito minor erit proportio trianguli A F B ad Sectorem A E B, quam trianguli B F C ad Sectorem B E D; & permutando minor quoque proportio trianguli A F B ad triangulũ B F C, quam Sectoris B A E ad Sectorem B E D; ſed vt ſunt triangula, ita ſunt lineæ A F, F C, & vt ſe habent Sectores, ita ſe habent arcus A E, E D, ergo etiam minor erit proportio lineæ A F ad F C, quam arcus A E ad arcum A D.

Ergo ſi triangulum quodpiam fuerit, &c. quod propoſitum fuit demonſtrare.

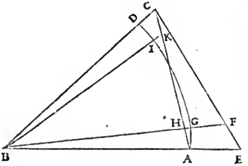
PROPOSITIO IV. THEOREMA IV.

Si triangulum quodpiam vt ſupra, Sectori circuli æquale deſcriptum fuerit, & à trianguli vertice ducatur linea in baſim productam, triangulum priori ſimile conſtituens; quæ è centro euocabitur linea, ita ſecabit iam ductam lineam, vt pars inter baſim & lineam ductam, ad reliquam maiorem habeat proportionem, quam arcus baſi & ducta iam lineæ interiectus, ad reliquum.



SIt triangulũ A B C æquale Sectori A B D, ducaturq; C E, vt triangulum A C B ſimile ſit triangulo E C B, item aliqua ex centro linea B F, ſecans vtcumq; E C in F, & arcũ A D in G. Dico maiorem eſſe proportionem E F ad F C, quam ſit arcus A G ad G D.

Diuidat primò B F arcum A D bifariam in G, erit ſicut B E ad B C, ita E F ad F C; ſed E B maior eſt B C, cum B C maior ſit B A, & B A, B C, B E ſint tres continuæ proportionales, ob ſimilitudinem triangulorum, ergo E F maior eſt F C; ſed arcus A G æqualis eſt arcui G D, ergo maior proportio E F ad F C, quam arcus A G ad G D.



Secundò non diuidat B F bifariam arcum A D, ſed ſit verbi gratia A G arcus, minor arcu G D, & in G D ſumatur arcus D I, æqualis arcui A G, ducaturque B I, quæ producta ſi opus fuerit ſecet A C in K; ſecet quoque linea B F lineam C A in H.

Cum

Cùm triangula B C A, B C E ſint ſimilia, & in iis ſimiliter ductæ ſint lineæ B F, B K; erit ſicut C K ad K A, ita E F ad F C, [a] ſed minor eſt proportio A K ad K C, quam arcus A I ad I D, ergo conuertendo maior erit proportio C K ad K A, quam arcus D I ad arcum I A. Sed vt C K ad K A, ita E F ad F C vt iam oſtendimus, ergo maior proportio E F ad F C, quam arcus D I ad I A, id eſt A G ad G D.

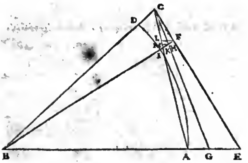
a 3. *huius.*

Idcirco ſi triangulum quodpiam vt ſupra, &c. quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO V. THEOREMA V.

Si triangulum quodpiam vt ſupra, æquale Sectori circuli deſcriptum fuerit, & à trianguli vertice ducta linea in productam baſim, triangulum priori ſimile conſtituens: ſi è centro euocetur linea aliqua, ſecans duas lineas angulo Sectoris oppoſitas, poſsibile eſt à vertice ducere lineam cadentem inter vtramque, quæ ab illa quæ è centro educta eſt linea, ſecetur in eandem rationem, in quam Sectoris arcus diuiditur.

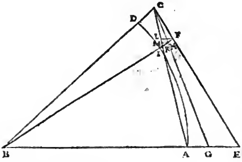
Sectori B A D æquale ſit triangulum A C B, ductaque C E, vt triangula A C B, E C B inter ſe ſint ſimilia, è centro vtcumque ducatur B F, ſecans vtramque C A, C E in F & K.



Dico poſſe duci C G, inter C E & C A, ſecantem B F in H, vt ſit ſicut G H ad H C, ita arcus A I ad I D.

Sit enim C A ſecta in M, vt ſicut arcus A I ad arcum I D, ita ſit A M ad M C; [a] cum ſit maior proportio arcus A I ad arcum I D, quam A K, ad K C, cadet punctum M ſupra punctum K; ducatur deinde F L parallela E B, erit A L ad L C, vt E F ad F C; [b] ergo cum maior ſit proportio E F ad F C, quam arcus A I ad arcum I D, erit quoque maior pro-

a 3. *huius.*
b 4. *huius.*

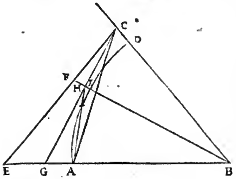


portio A L ad L C, quam arcus A I ad arcum I D, & conſequenter quam lineæ A M ad M C, cadetq́; punctũ L ſupra punctum M. Ducatur M H parallela E B, ſecabit F K in aliquo puncto H, per quod ſi ex C ducatur C H G, erit G H ad H C, vt A M ad M C, id eſt vt arcus A I ad arcum I D.

Igitur ſi triangulum quodpiam, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO VI. THEOREMA VI.

Sectori B A D *vt ſupra æquale ſit triangulum* A C B, *&* *triangulum* E C B *ſimile triangulo* A C B, *ducta item vtcumque* B F, *&* C G *ſecans* B F *in* H, *ita vt ſicut angulus* G B H *ad angulum* H B C, *ita ſit linea* G H *ad* H C, *ſi ducatur* A H, *erit triangulum* A H B *Sectori* B A I *æquale.*



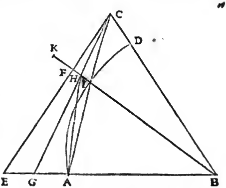
EST enim vt linea G H ad H C, ita triangulum G H B ad triangulum H C B; & componendò vt G C ad G H, ita triangulum G C B ad G H B; ſed ita etiam ſe habet triangulũ G C A ablatum à maiori G C B, ad triangulum G H A ablatum à minori G H B, ergo reliquum A C B ad A I B, vt totum ad totum, id eſt vt C G ad H G; & vt arcus

cus A I ad arcum I D, ita G H ad H C, ergo componendo vt arcus A D ad arcum A I, ita G C ad G H, ergo Sector A D B ad Sectorem A I B, (qui ſe habent vt arcus) vt G C ad G H, ergo & Sector B A D ad Sectorem B A I, vt triangulum A C B ad triangulum A I B; ergo permutando vt Sector B A D ad triangulum A C B, ita Sector B A I ad triangulum A H B, ſed Sector A D B eſt æqualis triangulo A C B, ergo Sector B A I æqualis eſt triangulo A H B.

Igitur Sectori B A D vt ſupra æquale ſit, &c. quod oſtendere propoſitum fuit.

PROPOSITIO VII. THEOREMA VII.

Iiſdem poſitis quæ in præcedenti propoſitione; ſi fiat vt H B *ad* B C, *ita* B C *ad* B K, *Dico* B K *minorem fore* B E.



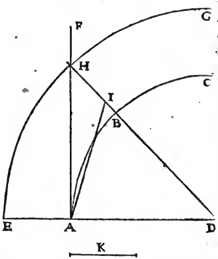
CVm enim ob ſimilitudinem triangulorum E C B, A C B, ſit vt A B ad B C, ita B C ad B E, rectãgulum ſub B A, B E, æquale erit quadrato B C; ſimiliter rectangulum ſub B H, B K, æquale erit quadrato B C, ergo rectangulum ſub B H, B K, rectangulo ſub B A, B E æquale erit; ergo vt B A ad B H, ita erit B K ad B E, [a] ſed A B eſt minor B H, ergo B K minor erit B E. a 22. huius.

Ergo iiſdem poſitis quæ in præcedenti propoſitione, &c. quod oportuit demonſtrare.

PRO-

PROPOSITIO VIII. PROBLEMA I.

Dato quolibet circulo, Sectorem aſsignare, cui ſi deſcriptum fuerit æquale triangulum vt ſupra, alterum trianguli latus circa communem angulum, ſuperet latus Sectoris, interuallo quod minus ſit quolibet dato.



Datus ſit circulus A B C, in eoq; deſignandus ſit Sector, cui ſi æquale ſit triangulum A I D, linea D I quæ maior erit quam A D, ſuperet A D interuallo, quod ſit minus quolibet dato K.

Producatur D A, vt A E ſit æqualis K, centroque D interuallo D E, deſcribatur circulus E H G, & ex A erigatur perpendicularis A F, ſecans circulum E H G in H, ducaturq; H D, ſecans priorem circulum in B.

Dico Sectorem D A B, eſſe eum qui poſtulatur.

Cum enim A H tangat Sectorem in A, cadet A I intra A H, [a] ſecabitque D H, vltra B quidem ſed intra H, igitur B I qui eſt exceſſus D I ſupra D B, minor erit B H, cum autem D E, D H ſint æquales, item & ablatæ D A, D B, erunt reliquæ A E, B H æquales; ſed E A ex conſtructione eſt æqualis K, ergo & B H erit æqualis K, ergo & B I minor K.

a 2. huius.

Itaque dato quolibet circulo, &c. quod fuit faciendum.

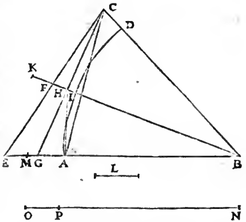
PRO-

PROPOSITIO IX. THEOREMA VIII.

Triangulum A B C *vt ſupra, æquale ſit Sectori* A D B, *&* *triangula* A B C E B C *inter ſe ſimilia, Dico ita duci poſſe* B F, *vt ductâ* C G, *quæ ita diuidatur in* H, *vt arcus* A D *in* I, *& ſumptâ duabus* B H, B C, *tertia proportionali* B K, *ſuperetur* B K *à linea* B E, *interuallo quod ſit minus quolibet dato* L.

AVferatur enim E M ab E A, quæ ſit minor dato interuallo L, & duabus lineis B M, B C, fiat tertia proportionalis N O, erit N O maior B A.

Cum enim B C ſit media inter E B, A B, item inter M B, N O, erunt rectangula E B, A B, & M B, M O, quadrato B C æqualia; & conſequenter inter ſe, eritque vt E B ad M B, ita N O ad A B, ſed E B maior eſt M B, ergo & N O maior A B.



Auferatur deinde ex N O linea N P æqualis A B,[a] ſitque inuentus Sector A I B, vt poſito triangulo A H B, æquali Sectori A I B, linea H B ſuperet A B, minori interuallo quam N O ſuperat N P, id eſt A B; ductaque ſit C H G, & fiat vt B H ad B C, ita B C ad B K, ſuperabit B E lineam B K minori interuallo, quam ſit datum interuallum L.

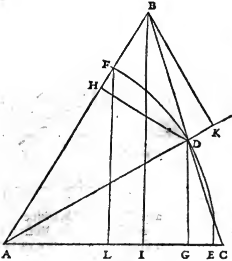
[a] 8. huius.

Cum enim B C ſit media inter B H B K, erit rectangulum ſub B H, B K, rectangulo ſub N O, B M æquale; ergo vt B H ad N O, ita B M ad B K; ſed B H minor eſt quam N O (cum ex conſtructione B H minori interuallo ſuperet N P, quam N O ſuperet eandem N P) ergo etiam B M minor eſt B K; ſed B K minor eſt B E, cum ergo B K oſtenſa ſit minor B E, & maior B M, ſuperabit B E lineam B K minori interuallo, quam ſit E M quo B E ſuperat B M, ſed E M minor eſt dato interuallo L, ergo B E ſuperat B K interuallo minori, quam ſit datum L.

Quapropter ſi triangulum A B C, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO X. THEOREMA IX.

Si tres lineas ab vno puncto egredientes, & duos inæquales angulos comprehendentes, ſecuerit quarta quædam linea hoc pacto, vt partes quæ ſubtendunt angulos, eandem inter ſe proportionem habeant, quam anguli, media abſciſſarum erit minima, illa maior quæ minorem angulum claudit, maxima denique quæ cum media maiorem angulum comprehendit.



EX puncto A tres lineæ egrediantur, duos inæquales angulos comprehēdentes, D A B maiorem, D A C minorem; illaſq; ſecet linea C B hoc pacto, vt B D ad D C eandem habeat proportionem, quam angulus D A B, ad angulum D A C.

Dico primo D A mediam abſciſſarum, eſſe minorē C A, quæ cum illa angulum claudit.

Si enim D A non ſit minor C A, erit æqualis vel maior; & primùm ponatur eſſe æqualis.

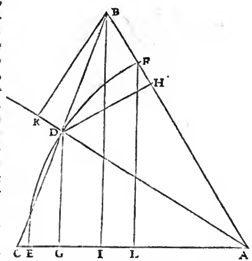
Centro A interuallo A D, deſcribatur arcus E D F, ducanturq́ue D H, D G, perpendiculares ad A B, A C; item B I, F L perpendiculares ad A C; & cùm angulus C D A ſit acutus, vtpote angulus ad baſim trianguli iſoſcelis, non erit B D perpendicularis lineæ A D, ideoque dimittatur B K perpendicularis in A D productam, cadet enim extra B D, cùm angulus B D K ſit acutus, & ad verticem vni illorum, qui ſunt ad baſim iſoſcelis.

Cùm ex hypotheſi A C, A D ſint æquales, ſintq́ue baſes triangulorum C B A, D B A, erunt illa triangula vt altitudines B I, B K; ſed triangula ſunt etiam vt B C ad B D, ergo erit etiam B I ad B K, vt B C ad B D, ſed

Digitized by Google

ſed cùm ſit vt B D ad D C, ita angulus B A D ad angulum D A C, ſeu quod idem eſt arcus F D ad arcum D E, erit etiam componendo vt B C ad D B, ita arcus F D E ad arcum D F, & conſequenter B I ad B K, vt arcus F D E ad arcum D F.

Iterum vt A B ad A F, ita B I ad F L, & vt B A ad A D, id eſt A F ita B K ad D H (ſunt enim triangula A B K A D H ſimilia) ergo vt B I ad F L, ita B K ad D H, ergo permutando vt B I ad B K, ita F L ad D H. ſed B I eſt ad B K, vt arcus F D E ad arcum D F, ergo etiam F L ad D H, vt arcus F D E ad D F,[a] quod eſt abſurdum; non igitur ſunt æquales A D, A C, ex quo hoc abſurdum conſequebatur.



Sit ſecundò C A minor quàm A D, non poterit angulus C D A eſſe rectus, cùm enim latus D A ſit maius ex ſuppoſitione quàm C A, erit angulus D C A, maior angulo C D A, non erit igitur rectus C D A; demiſſa ſit perpendiculans B K in A D, quomodocumque cadat; cùm triangulum C B A, habeat baſim A C minorem A D baſi trianguli D B A, minor erit proportio trianguli C B A ad triangulum D B A, quàm altitudinis B I ad B K, (ſi enim trianguli C B A baſis eſſet æqualis, triangulum eſſet maius, haberetque eamdem proportionem ad triangulum D B A, quam altitudo ad altitudinem) ergo minor proportio B C ad B D, quàm B I ad B K, cùm B C ſit ad B D, vt triangulum ad triangulum, & conſequenter vt arcus F D E ad D F, qui ſunt vt B C ad B D; ſed F L eſt ad D H, vt B I ad B K, vt oſtendimus, ergo minor proportio arcus F D E, ad arcum F D, quàm linea F L ad D H, quod eſt abſurdum; non igitur minor eſt C A quàm A D, ex quo id conſequebatur.

[a] Clauius de ſinibus Propoſ. 10. demonſtrat de arcubus & eorum chordis quod hic in dimidiis arcubus & eorum chordis ſumitur.

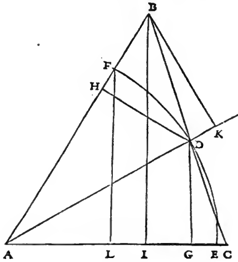
Dico ſecundò A C eſſe minorem A B.

Si hoc negetur erit vel æqualis vel maior.

Ponatur primò A C æqualis eſſe A B. Cùm in triangulis C D A, B D A, baſes A C, A B ſint æquales, erunt altitudines D G, D H, vt triangula; ſed etiam D C, D B ſunt vt triangula, & arcus D E, D F in eadem quoque

proportione; erit igitur vt D G ad D H, ita arcus D E ad arcum D F; & permutando vt D G ad arcum D E, ita D H ad arcum D F,[b] quod eſt abſurdum; non igitur æquales erunt A B A C. è quo hoc inferebatur.

b Clauius ibid.



Ponatur ſecundò A B minor A C, erit minor proportio trianguli A B D ad triangulũ A D C, quàm altitudinis D H ad altitudinem D G, ergo & minor proportio B D ad D C, & conſequenter arcus F D ad arcum D E, quàm lineæ D H ad D G, & permutando minor proportio D F arcus ad lineam D H, quàm arcus D E ad lineam D G, quod eſt abſurdum; non igitur maior eſt A B quàm A C. ex quo id ſequebatur.

Ergo ſi tres lineas ab vno puncto, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XI. PROBLEMA II.

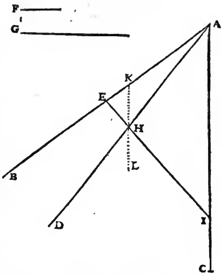
Duabus lineis indefinitis angulum quemuis comprehendentibus, eoq́, per alteram indefinitam vtcumque diuiſo, ab aſſignato puncto in alterutra extremarum lineam ducere, terminatam ad alteram extremarum, quæ à media ita diuidatur, vt pars inter punctum datum & mediam intercepta, ad reliquam, datam habeat proportionem.

DVæ lineæ A B, A C, quemuis angulum comprehendant, eumque diuidat vtcumque A D. & ſit in alterutra extremarum puta A B, datum punctum E, dataque proportio F ad G.

Propoſitum eſt ducere E I, vt E H ad H I, datam habeat proportionem F ad G.

Diui-

Diuidatur E A in K, vt E K ad K A ſit vt F ad G, ducaturque K L parallela A C, quæ ſecet A D in aliquo puncto H, & per E & H ducatur linea E H I.



Dico E H ad H I eſſe, vt F ad G.

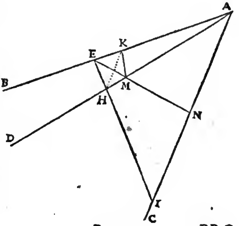
Cùm enim in triangulo A E I, linea K H ſit parallela A I, erit E H ad H I, vt E K ad K A, id eſt vt F ad G, ſic enim diuiſimus E A in K.

Igitur duabus lineis indefinitis, &c. quod fuit faciendum.

PROPOSITIO XII. THEOREMA X.

Iiſdem poſitis quæ ſuperiori problemate conſtruximus, non poterit ab eodem puncto alia duci linea, quæ ſimiliter diuidatur.

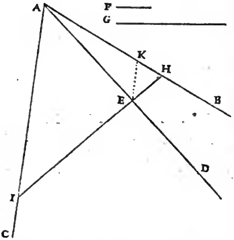
SI enim alia duci poſſit ſit illa E N, diuiſa in M, vt F ad G, erit etiam E M ad M N, vt E K ad K A, ergo K M erit parallela A C, ſed & K H eſt parallela A C, ergo K H, K M, ſunt inter ſe parallelæ, quod eſt abſurdum cùm conueniant in K; ergo non erit diuiſa E N ſimiliter vt E I, vnde id ſequebatur.



Igitur iiſdem poſitis quæ ſuperiori problemate, &c. quod oportuit demonſtrare.

PROPOSITIO XIII. PROBLEMA III.

Duabus lineis indefinitis quemuis angulum comprehendentibus, & illo vtcumque per aliam rectam diuiſo, per punctum in linea diuidente aſsignatum, lineam ducere, vtrimque ad extremas terminatam, vt pars definita ad reliquam, datam habeat proportionem.



Lineæ A B, A C, quemuis angulum comprehendant, quem diuidat vtcumque A D, in qua aſſignatum ſit punctum E. Propoſitum eſt per E ducere lineam H I, ita vt E H ad H I datam habeat proportionem F ad G. Ab E verſus A B ducatur linea E K, parallela A C, & fiat vt G ad F ita A K ad K H, & ducatur per H & E linea I E H; Dico E H eſſe ad E I, vt F ad G. Cùm enim in triangulo A I H, linea K E ſit parallela A C, erit A K ad K I, vt E H ad E I, id eſt vt F ad G. ſic enim fecimus A K ad K I.

Ergo duabus lineis indefinitis, &c. quod facere oportuit.

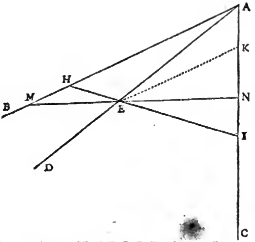
PROPOSITIO XIV. THEOREMA XI.

Iiſdem poſitis quæ in præcedenti problemate conſtruximus, non poterit per idem punctum alia duci linea, quæ ſimiliter poſitis partibus, ſimiliter diuidatur.

Si enim alia duci poſſit, ſit illa M N, per E tranſiens, & in E diuiſa, vt E M ſit ad E N, vt F ad G.

Cùm

Cùm in triangulo A N M, linea K E ſit parallela A M, erit vt M E ad E N, ita A K ad K N; ſed etiam ita eſt A K ad K I, quod fieri nequit, cùm maior ſit proportio A K ad K N, quàm ad K I.

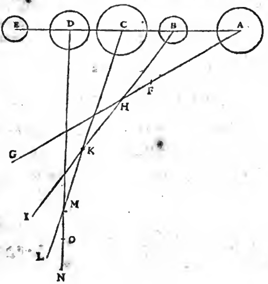


Ergo iiſdem poſitis quæ in præcedenti, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XV. THEOREMA XII.

Si quotcumque magnitudinum grauitatis centra in eadem recta linea poſita fuerint, magnitudinis ex omnibus compoſita grauitatis centrum, erit in eadem linea recta.

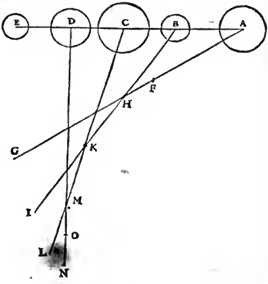
SInt quotcumque magnitudines A, B, C, D, E, earumque cẽtra grauitatis per eaſdem litteras ſignata, in eadem linea rectè poſita.



Dico commune grauitatis centrum in eadem recta reperiri.

Si enim fieri poſſit, ſit extra lineam in F, & per primæ magnitudinis centrum A, & F ducatur A F G,[a] erit in illa centrum grauitatis reliquarum magni- tudi-

[a] 8. primi Archimedis de æquiponderantibus.



tudinum demptâ A, tamquam vnius, & reliquę partis, vltra punctum F in H. quod etiam erit extra lineam ſingularum centra continentem. Ducatur iterum per ſecundę magnitudinis centrum B, & punctum H, linea B H I; cùm H ſit centrum totius reliquæ compoſitæ ex B, C, D, E, & B centrum partis, [b] erit in B I centrum reliquæ compoſitæ ex C D E, vltra punctum H in K. atque ita ſemper progrediendo, donec ad vltimam peruentum fuerit, reperietur centrum vltimæ magnitudinis E, in puncto aliquo O, extra lineam per ſingularum centra tranſeuntem, ſed etiam E eſt centrum grauitatis vltimæ magnitudinis, ergo duo habebit centra grauitatis, [c] quod fieri nequit. Non erit itaque commune grauitatis centrum, extra lineam per omnium centra tranſeuntem, ex quo id impoſſibile ſequitur.

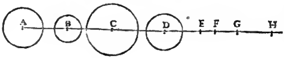
b 8. primi Archim. de æquip.

c 1. poſtulatum Lucæ Valerij de centro grauit.

Quapropter ſi quotcumque magnitudinum, &c. quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA XIII.

Si quotcumque magnitudinum grauitatis centra in eadem recta linea poſita fuerint, magnitudinis ex omnibus compoſitæ grauitatis centrum, erit in eadem linea, intra centra extremarum magnitudinum.



Sint quotcumque magnitudines A, B, C, D, earumq; grauita-

uitatis centra, per eaſdem litteras ſignata, ſint in eadē linea recta A B.

Dico centrum grauitatis commune, intra centra A D extremarum magnitudinum, in eadem linea recta reperiri.

Si enim non ſit intra centra extremarum magnitudinum, cùm neceſſariò ſit in linea A B, erit in illa producta; ſit verò punctum E, nec refert verſus quam partem.

Cùm centrum totius ſit E, & vnius partis puta proximæ ſit D, centrum reliquæ, id eſt magnitudinis compoſitæ ex C, B, A,[a] erit vltra E in F. Similiter ſumpta magnitudine ex A, B, C, compoſitâ, cùm eius centrum ſit F, extra centra extrematum A, C, conſtitutum, proximæ verò partis centrum ſit C,[b] erit centrum reliquæ vltra F in aliquo puncto G, ac tandem reperietur centrum vltimæ magnitudinis in H, ſed illius centrum erat A, ergo duo habebit centra grauitatis,[c] quod eſt abſurdum: non erit itaque commune centrum totius compoſitæ magnitudinis, extra centra extremarum, ex quo id ſequitur.

a 8. primi Archim. de æquip.

b 8. primi Archim. de æquip.

c 1. poſtulatum Lucæ Valerij de centro grauit.

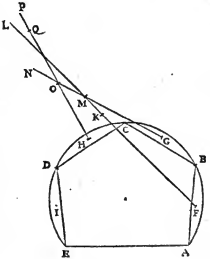
Ideo ſi quotcumque magnitudinum, &c. quod oſtendere propoſuimus.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA XIV.

Si ſegmento circuli vel ellipſis inſcripta fuerit figura quæcumque rectilinea, reliquorum ſegmentorum, demptâ figura rectilinea, commune grauitatis centrum, erit intra ſegmentum propoſitum.

Segmento A C E inſcripta ſit quæcumque figura rectilinea A B C D E.

Dico commune grauitatis centrum, magnitudinis compoſitæ ex reſiduis ſegmentis A B, B C, C D, D E, eſſe intra ſegmentum A C E.

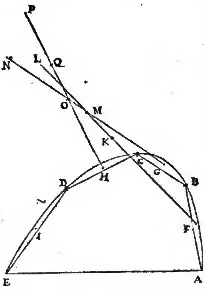


Centra grauitatis ſingulorum ſegmentorum reſiduorum, ſint ex ordine puncta F, G, H, I, quæ ſingula erunt intra ſua ſegmenta,[a] cùm ſint figuræ habentes ambitum in eaſdem partes cauum. Si commune centrum ſit extra ſegmentum A D E, vel in am-

a 9. petitio Archim. de æquipond.

bitu figuræ, ſit quotcumque punctum K. & à puncto F centro primi ſegmenti reſidui, ducatur F K L. cùm K ſit centrum totius, & F centrum partis, [b] centrum reliquæ erit in F L, vltra K in aliquo puncto M, & conſequenter extra ſegmentum A C E. Similiter cùm commune centrum magnitudinis compoſitæ ex reſiduis B C, C D, D E, ſit extra ſegmentum A C E in M, ducta G M N, ex G centro partis, centrum reliquæ erit in G N, vltra M; atque ita progrediendo reperiemus centrum vltimi ſegmenti reſidui D E in Q, extra ſegmentum A D E, & conſequenter extra ipſum ſegmentum D E, quod eſt abſurdum; non erit ergo centrum magnitudinis compoſitæ extra ſegmentum, vel in ambitu vnde id ſequitur.

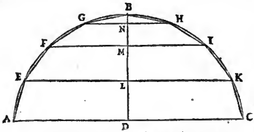
b 8. *primi Archim. de æquipond.*



Igitur ſi ſegmento circuli vel ellipſis, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA XV.

Si ſegmento circuli vel ellipſis figura euidenter inſcribatur, eius grauitatis centrum erit in diametro ſegmenti.

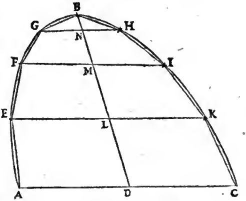


Sit ſegmentum circuli vel ellipſis A B C, diameter B D, figura euidenter inſcripta A E F G B H I K C.

Dico centrum grauitatis eius eſſe in linea B D.

Coniungantur anguli figuræ lineis E K, F I, G H.

Quoniam Trapezij A E K C latera A C, E K, ſunt parallela, bifariamque



riamque ſecantur in D & L,[a] centrum grauitatis ipſius eſt in L D, quæ eſt pars B D; eadem ratione centrum grauitatis Trapezij E F I K eſt in M L, id eſt B D, & Trapezij F G H I in N M id eſt B D, ad hæc quoque trianguli G B H centrum grauitatis eſt in B N, [b] ergo centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, ſeu omnium partium ſimul ſumptarum eſt in B D.

Igitur ſi ſegmento circuli, &c. quod fuit probandum.

a 15. primi Archimedis de æquipondet.

b 15. huius.

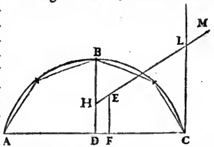
PROPOSITIO XIX. THEOREMA XVI.

Cuiuſcumque ſegmenti circuli vel ellipſis grauitatis centrum eſt in diametro ſegmenti.

PRimò ſegmentum circuli vel ellipſis ſit A B C, ſemicirculo vel ſemiellipſi non maius, diameter eius B D.

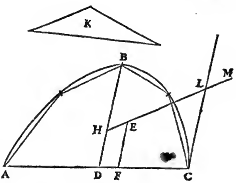
Dico centrum grauitatis ipſius eſſe in B D.

Si enim non ſit, eſto punctum E & per ipſum ducatur E F, lineæ B D parallela, & inſcribatur ſegmento triangulum A B C, eamdem baſim & altitudinem habens cum ſegmento, & quam proportionem habet C F ad D F, hanc habeat triangulum A B C ad ſpatium K; inſcribatur euidenter ſegmento figura rectilinea, ita vt quæ reſidua erunt ſegmenta ſimul ſumpta, minora ſint ſpatio K; figuræ inſcriptæ grauitatis centrum eſt in B D, ſit igitur H, & iungatur H E, & producatur, & ducatur C L æquidiſtans ipſi B D, conſtat autem quod maiorem habeat proportionem figura ſegmen-



 to

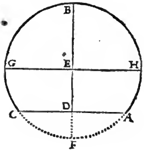
to inſcripta ad ea quæ reliqua ſunt ſegmenta, quàm A B C triangulum ad ſpatium K, quod eam habet quam C F ad D F, figura igitur inſcripta ad portiones relictas maiorem habet proportionem, quàm C F ad F D, hoc eſt E L ad E H. habeat itaque M E ad E H eam proportionem quam rectilinea figura ad portiones, quoniam igitur E eſt centrum totius ſegmenti, figuræ verò inſcriptæ centrum H, [a] conſtat quod magnitudinis compoſitæ ex reſiduis ſegmentis centrum grauitatis ſit in parte H E producta, quæ eam ad H E proportionem habeat, quam figura inſcripta ad reſidua ſegmenta, quæ ſit E M, erit igitur M centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex reſiduis ſegmentis, extra ſegmentum, [b] quod fieri nequit, non eſt igitur centrum grauitatis ſegmenti circuli aut ellipſis, ſemicirculo aut ſemiellipſi non maioris, extra lineam B D ex quo id ſequitur.



a 8. *primi Archim. de æquiponder.*

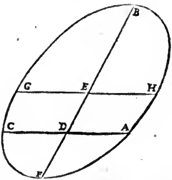
b 17. *huius.*

Sit ſecundò ſegmentum circuli vel ellipſis A B C, ſemicirculo vel ſemiellipſi maius, compleatur figura & diameter producatur in F, ducatur etiam per centrum figuræ E linea G H, parallela C A baſi ſegmenti, totius figuræ G F H centrum grauitatis erit in E F per ea quæ iam diximus, ſed & partis C F A, erit in D F, [c] ergo & reſidui G C A H erit in E D, cum D F E D ſint partes eiuſdem lineæ E F; iterum centrum figuræ G B H eſt in B E per iam dicta & centrum figuræ G C A H, eſt in E D, ſed



c 8. *primi Archim. de æquiponder.*

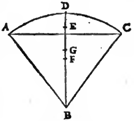
ſed B E E D componunt eamdem rectam, [d] ergo centrum totius ſegmenti C B A erit in B D. d 15. huius.



Igitur cuiuſcumque ſegmenti circuli vel ellipſis, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XX. THEOREMA XVII.

Cuiuſcumque Sectoris circuli grauitatis centrum, eſt in linea quæ illum ex centro bifariam ſecat.



Sit primò Sector circuli A B C ſemicirculo minor, eumque linea B D ex centro B bifariam ſecet.

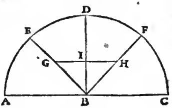
Dico centrũ grauitatis ipſius eſſe in B D.

Cùm enim linea B D angulum Sectoris bifariam ſecet, lineam quoque A C & arcum A D C bifariam ſecabit; itaque cùm A D bifariam ſecet baſim trianguli B A C, [a] erit in ea centrum grauitatis trianguli, item cùm bifariam ſecet arcum ſegmenti A D C, eiuſque baſim A C, [b] erit in ea centrũ grauitatis ſegmenti, [c] ergo in B D centrum grauitatis ex vtraque magnitudine compoſiti id eſt Sectoris, quod quoque intra Sectorem cadet.

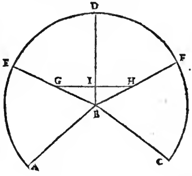
a 13. primi Archim. de æquip.

b 19. huius

c 15. huius.



Sit ſecundò ſemicirculus vel ſemicirculo maior A B C D, eumque linea B D ex centro bifariam ſecet, in duos Sectores A B D E, C B D F, erunt illi neceſſario ſemicirculo minores, diuidantur illi iterum bifariam per ſemidiametros B E, B F, centra grauitatis eorum erunt in illis ſemidiametris vt diximus, ſintque G & H, propter æqualita-



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

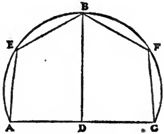
Digitized by Google

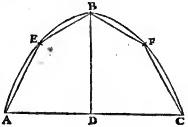
tem & ſimilitudinem Sectorum, erunt B G, B H æquales, & G H bifariam diuidetur à B D in I, & ob Sectorum æqualitatem, centrum commune ſeu totius Sectoris erit I, & conſequenter in B D, Sectorem bifariam ſecante.

Ergo cuiuſcumque Sectoris circuli, &c. quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA XVIII.

Si ſegmento circuli vel ellipſis figura euidenter inſcribatur, magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitæ grauitatis centrum, erit in ſegmenti diametro.





a 19. *huius.*

b 18. *huius.*

c 8. *primi Archim. de æquip.*

Sit ſegmentum circuli vel ellipſis A B C, figura euidenter inſcripta A E B F C, diameter ſegmenti B D.

Dico centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex reſiduis ſegmentis A E, E B, B F, F C eſſe in linea B D.

[a] Cùm enim in B D ſit centrum grauitatis totius ſegmenti, [b] item & figuræ euidenter inſcriptæ, [c] erit in illa centrum reſidui, id eſt magnitudinis ex reliquis ſegmentis compoſitæ.

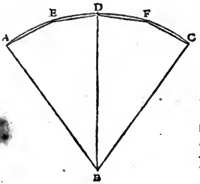
Ideo ſi ſegmento circuli vel ellipſis, &c. quod oportuit demonſtrare.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA XIX.

Si Sectori circuli rectilinea figura fuerit euidenter inſcripta, centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, erit in recta Sectorem bifariam ſecante.

Sector

Digitized by Google



SEctor circuli ſit A B C D, figura euidenter inſcripta A E D F C B, linea Sectorē bipartito ſecans B D.

Dico centrum grauitatis figuræ rectilineæ, quæ Sectori euidenter inſcripta eſt, eſſe in linea B D.

[a]Cùm enim totius Sectoris grauitatis centrum ſit in linea B D, [b]item & partis illius, quæ ex reſiduis ſegmentis componitur, [c]erit & reliquæ partis, id eſt figuræ rectilineæ, Sectori euidenter inſcriptæ grauitatis centrū in linea B D.

a 20. huius

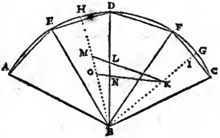
b 17. huius

c 8. primi Archim. de æquip.

Quapropter ſi Sectori circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIII. PROBLEMA IV.

Figuræ rectilineæ Sectori circuli euidenter inſcriptæ, grauitatis centrum inuenire.



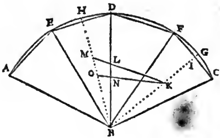
SEctor circuli ſit A B C D, & figuræ rectilineæ illi euidenter inſcriptæ grauitatis centrum inueniendū eſto.

Cùm hæc figura ex triangulis iſoſcelibus componatur, ſumatur vnum extremorum triangulorum puta B F C, & Sector illi reſpondens F B G C, diuidatur bifariam à linea B G; reliquum Sectorem cum inſcripto ſibi rectilineo bifariam ſecet B H, totum verò Sectorem cum inſcripto ſibi rectilineo bifariam diuidat B D. [a]Trianguli B F C repertum ſit grauitatis cētrum K, [b]è puncto K ducatur K M, terminata ad B H, quæ ita diuidatur à B D in L, vt reciprocè M L ad L K ſit, vt triangulum B F C ad

a per 14. primi Archim. de æquiponderant.

b per 11. huius.

reliquam



reliquam partem figurę euidenter inſcriptæ, proportio autem facile ex numero triangulorum colligetur.

Dico punctum L eſſe centrum grauitatis figuræ rectilineæ, Sectori euidenter inſcriptæ.

Si enim non ſit, eſto quoduis aliud punctum N, in linea BD, ducaturque K N O.

Cùm K ſit centrum vnius partis, ſeu trianguli B F C, centrum verò totius ſit N, [c]centrum reliquæ partis erit O, (eſt enim in linea KN producta & in linea BH) erit igitur O N ad N K, vt triangulum B F C ad reliquam figuræ inſcriptæ partem, ſed ita quoque eſt M L ad L K, [d]quod tamen fieri nequit, vt nimirum K M & K O in L & N ſimiliter diuidantur, igitur punctum diuerſum à puncto L, non eſt centrum grauitatis figuræ Sectori euidenter inſcriptæ, ex quo abſurdum hoc ſequitur.

c 8. primi Archim. de æquiponder.

d 12. huius

Ergo figuræ rectilineæ, &c. centrum grauitatis inuenimus quod fuit faciendum.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA XX.

Cuiuſcumque Sectoris grauitatis centrum, minus diſtat à circumferentia, quam trianguli à lateribus Sectoris & ſubtenſa arcus comprehenſi.

SIt circuli Sector A B C D, triangulum verò B A C.

Dico centrum grauitatis Sectoris cadere ſupra centrum grauitatis trianguli.

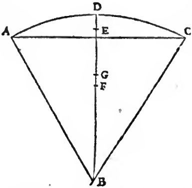
Sit enim E centrum grauitatis ſegmenti A D C, centrum verò grauitatis trianguli F, cadet E ſupra F verſus circumferentiam, [a]cùm E ſit intra

a 9. petit. Archim. de æquip.

trà

tra ſegmentum, b F verò intra triangulum, at centrum grauitatis totius, id eſt Sectoris, c cadit intra centra grauitatis partium, ſitque punctum G, conſtat punctum G cadere vltra punctum F, & vicinius eſſe arcui A D C.

b 14. primi Archim. de æquiponder.
c 16. huius.

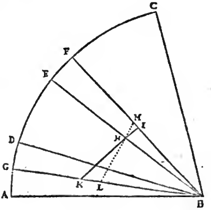


Igitur cuiuſcumque Sectoris grauitatis centrum, &c. quod fuit oſtendendum.

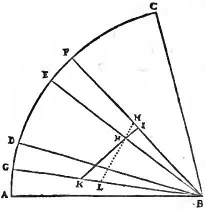
PROPOSITIO XXV. THEOREMA XXI.

Si datum fuerit centrum grauitatis Sectoris circuli, qui deinde in duos Sectores vtcumque diuiſus fuerit, & ipſi quoque Sectores per lineas è centro ductas iterum bifariam diuidantur; ſi ducatur linea per centrum grauitatis totius Sectoris, vtrimque terminata ad eas lineas, quæ aliòs Sectores bifariam ſecant, hac lege, vt diuiſa ad centrum grauitatis totius Sectoris, pars ad partem reciprocam habeat proportionem Sectoris ad Sectorem, extrema lineæ puncta erunt centra grauitatis partium.

DAtus circuli Sector ſit A B C D, diuiſus à linea B D, in duos Sectores A B D G, D B C F, quos etiam bifariam ſecent lineæ B G, B F; in linea verò B E, totum Sectorem biſecante ſit H, centrum grauitatis totius Sectoris, & per H ducta ſit linea I H K, vtrimque terminata in I & K, hac lege, vt ſit reciprocè quemadmodum angulus G B E, ad E B F, ita I H ad H K.



Dico pũcta I & K eſſe cen-



tra grauitatis ſuorum Sectorum.

Si enim non ſint, alterutrius Sectoris centrum erit diuerſum ab illis punctis; ſit ergo Sectoris A B D G centrum grauitatis L, & per puncta L H, id eſt centrum vnius partis & totius, ducatur linea, quæ occurrat B F in M, (occurret autem alioquin Sector D B C F nullum haberet grauitatis centrum, [a] cùm debeat eſſe in illarum linearum concurſu) erit M centrum grauitatis reliqui, ac proinde erit reciprocè vt Sector A B D G ad Sectorem D B C F, ita M H ad H L; ſed vt Sectores ita etiam ſe habent ipſorum anguli D B A, D B C, eorumque dimidij D B G, D B F, & vt angulus D B G ad D B F, ita I H ad I K, ergo etiam M H ad H L, vt I H ad I K, [b] quod oſtendimus fieri non poſſe; non igitur aliud punctum fuit centrum grauitatis alterutrius Sectoris, ex quo abſurdum ſequitur.

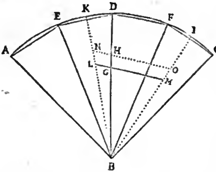
a 8. primi Archim. de æquip. & 20. huius.

b 14. huius

Quamobrem ſi datum fuerit, &c. quod demonſtrare voluimus.

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA XXII.

Si Sectori circuli figura rectilinea euidenter fuerit inſcripta, centrum grauitatis ipſius cadet infra centrum grauitatis Sectoris.



Sit Sector circuli A B C D, illique euidenter inſcripta ſit figura A E D F C B.

Dico centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, cadere infra centrum grauitatis Sectoris.

Si hoc non fiat, vel cum illo coincidet, vel cadet ſupra.

Ponatur primùm coincidere, & ſit G centrum grauitatis tum Sectoris tum figuræ inſcriptæ, ſumatur vnum triangulorum extremorum F B C, eiuſque angulus ad centrum bifariam ſecetur à B I,

à B I, reliqua etiam figuræ pars, dempto triangulo F B C, biſecetur à linea B K, & [a] per G ducatur L M, terminata ad lineas B I B K, quæ diuidatur ad G, vt reciprocè ſit L G ad G M, vt Sector B C I F ad Sectorem B A K F, a 13. huius.
erit etiam vt patet L G ad G M, vt triangulum B F C, ad reliquam partem figuræ euidenter inſcriptæ, & etiam vt angulus K B D ad D B I, vt ſæpius iam oſtenſum eſt. [b] Eruntque puncta L, M, centra grauitatis Sectorum b 25. huius
A B F K, B C I F, eodemque diſcurſu quo id ſupra de Sectoribus oſtendimus, etiam demonſtrabitur L eſſe centrum figuræ euidenter inſcriptæ Sectori B A K F, & M eſſe centrum grauitatis trianguli B F C, igitur idem punctum M eſt centrum grauitatis trianguli B F C, & Sectoris B C I F, [c] quod eſt abſurdum; non igitur punctum G eſt centrum Sectoris & figuræ euidenter inſcriptæ vnde hoc ſequitur. c 24. huius

Cadat ſecundò centrum grauitatis figuræ inſcriptæ in H, ſupra G centrum Sectoris, & per H ducatur N O, parallela L M, erit N H ad H O, vt L G ad G M, id eſt reciprocè vt triangulum B F C ad reliquum figuræ inſcriptę dempto triangulo, cùm igitur H ſit centrum grauitatis totius figuræ inſcriptę, conſtat N & O eſſe centra partiũ, igitur O eſt centrum grauitatis trianguli B F C, caditq; ſupra M centrum grauitatis Sectoris B C I F, [d] quod fieri nequit, ergo centrũ grauitatis figuræ inſcriptæ, non cadit ſupra G centrum Sectoris, ex quo abſurdum illud conſequitur. d 24. huius

Ideo cùm centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, non coincidat cum centro grauitatis Sectoris, nec cadat ſupra, neceſſe erit cadere infra.

Ergo ſi Sectori circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

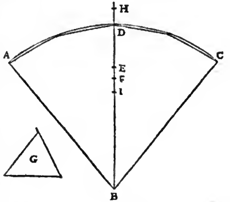
PROPOSITIO XXVII. THEOREMA XXIII.

Poſſibile eſt Sectori circuli figuram euidenter inſcribere, vt centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, minus diſtet à centro grauitatis Sectoris, quolibet interuallo dato.

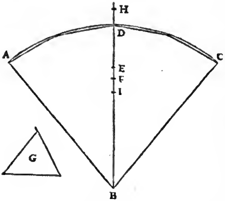
SIt Sector A B C D, centrum grauitatis eius E, interuallum datum E F, infra F; cadit enim centrum figuræ inſcriptæ infra centrum Sectoris.

Dico Sectori inſcribi poſſe euidenter figuram rectilineam, cuius centrum grauitatis minus diſtet ab E, quàm punctum F.

Sumatur aliquod ſpatium G, ad quod Sector maiorem habeat proportionẽ quàm



Digitized by Google



DF ad EF, & Sectori figura euidenter inſcribatur, donec ſpatium ex reſiduis ſegmentis demptâ inſcriptâ figurâ compoſitum, ſit minus ſpatio G, conſtat verò id fieri poſſe.

Dico centrum grauitatis illius figuræ euidenter inſcriptæ, cadere ſupra punctum F.

Si non cadat ſupra F, vel cadet in ipſum F, vel infra.

Ponamus primùm coincidere cum F; cùm E ſit centrum totius, & F partis ſeu figuræ inſcriptæ, erit centrum reliquæ partis id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitæ in FE, producta verſus E, in eoque puncto puta H, vt FE ad EH ſit, vt reſiduum ex ſegmentis ad inſcriptam figuram; quare etiam erit componendo vt HF ad FE, ita totus Sector ad reſiduum ex ſegmentis; cùm verò illud reſiduum ſit minus ſpatio G, erit maior proportio Sectoris ad reſiduum, quam Sectoris ad ſpatium G, ideoque maior proportio HF ad FE, quæ eſt vt Sector ad reſiduum, quam DF ad FE, quæ eſt vt Sector ad ſpatium G. maior ergo erit HF quàm DF, ergo H centrum grauitatis ſegmentorum reſiduorum, cadit extra arcum, & conſequenter extra
a 17. huius ſegmentum ADC, [a] quod fieri nequit; ergo centrum grauitatis inſcriptæ figuræ non coincidit cum F, ex quo abſurdum ſequitur.

Cadat ſecundò centrum grauitatis infra F in I. Cùm E ſit centrum grauitatis totius id eſt Sectoris, & I centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, centrum reliqui ſit H; vt prius, erit maior proportio Sectoris ad reſiduum ex ſegmentis compoſitum, quam DF ad DE, ergo quoque diuidendo maior proportio figuræ inſcriptæ, id eſt Sectoris demptis reſiduis ſegmentis, ad reſidua ſegmenta, quàm DE ad EF, multoque maior quàm DE ad EI; ſed vt inſcripta figura ad reſidua ſegmenta, ita HE ad EI, ergo maior proportio HE ad EI, quàm DE ad EI, ergo HE maior quàm DE, ergo H cadit extra Sectorem, centrum nimirum gra-
b 17. huius uitatis reſiduorum ſegmentorum, ergo extra ſegmentum ADC, [b] quod fieri nequit; ergo nec inſcriptæ figuræ centrum grauitatis cadit infra F, ex quo id impoſſibile ſequitur.

c 20. huius Cùm ergo inſcriptæ figuræ centrum, [c] quod neceſſariò cadit infra E Sectoris centrum, nec coincidat cum F, nec cadat infra F, cadet intra

ſpatium

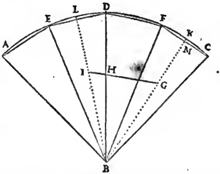
Digitized by Google

ſpatium F E, eritque vicinius centro Sectoris, quam ſit datum ſpatium F E.

Itaque poſſibile eſt Sectori circuli, &c. quod oportuit demonſtrare.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA XXIV.

Omnis figura rectilinea, Sectori euidenter inſcripta grauitatis centrum, minus abeſt à centro circuli, duabus tertiis ſemidiametri partibus.



Sit circuli Sector A B C D, figura rectilinea euidenter inſcripta A E D F C B.

Dico centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, minus abeſſe à centro B, duabus tertiis ſemidiametri B D.

Sumatur enim triangulum B F C, & ex centro grauitatis ipſius G, inueniatur centrum grauitatis totius figuræ euidenter inſcriptæ, quod ſit H, & conſequenter reliquę partis dempto triangulo centrum erit I; lineâ B G K biſecante angulum trianguli B C F, & lineâ B H D, biſecante angulum totius figuræ inſcriptæ, lineâ denique B I L, biſecante reliquam figuræ partem, dempto triangulo B F C. erit itaque I H ad H G, vt triangulum B F C ad reliquam figuræ inſcriptæ partem, & conſequenter vt angulus F B C ad angulum F B A, & iterum vt eorum dimidij, id eſt F B K ad F B L, quibus cùm ſint æquales L B D, D B K, conſtat verò angulum L B D eſſe minorem angulo D B K (niſi figura inſcripta duobus tantum conſtet triangulis de quo ſtatim) [a]ergo B H minor erit B I, & B I minor B G, multo ergo minor erit B H quàm B G, ſed B G minor eſt duabus tertiis ſemidiametri partibus, cùm ſit ſubſeſquialtera B M, quæ ſemidiametro minor eſt, ergo & B H minor erit duabus tertiis ſemidiametri, quæ eſt interuallum ſeu diſtantia H, centri grauitatis figuræ inſcriptæ à centro B. [a] 10. huius

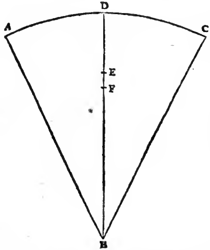
Si verò figura inſcripta duobus tantum conſtet triangulis, cùm illa ſint æqualia, erunt etiam B G, B I æquales, & angulus I B H æqualis H B G, & B H perpendicularis ad I G, ideoque minor B G, quæ minor eſt duabus tertiis ſemidiametri partibus, ergo & ipſa B H.

Quare omnis figuræ rectilineæ, &c. quod fuit oſtendendum.

Digitized by Google

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA XXV.

Nullius Sectoris circuli grauitatis centrum, abeſt à centro circuli, interuallo quod excedat duas tertias ſemidiametri.



SIt Sector circuli A B C D. Dico centrum grauitatis ipſius, non abeſſe à centro B, interuallo quod ſuperet duas tertias ſemidiametri B D.

Si enim fieri poſſit, ſint B F duæ tertiæ ſemidiametri, & E centrum grauitatis Sectoris, a 17. *huius* [a]poſſibile eſt Sectori figuram rectilineam euidenter inſcribere, cuius centrum grauitatis minus diſtet à centro grauitatis Sectoris, dato interuallo F E, & conſequenter magis abſit à centro B, interuallo B F, id eſt duabus tertiis b 18. *huius* ſemidiametri partibus,[b]quod fieri nequit; ergo nec centrum Sectoris poteſt à centro circuli [a]beſſe maiori interuallo, quam duarum tertiarum ſemidiametri, ex quo impoſſibile illud ſequitur.

Igitur nullius Sectoris circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

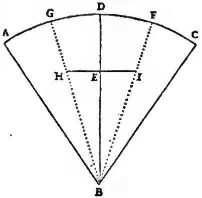
PROPOSITIO XXX. THEOREMA XXVI.

Omnis Sectoris circuli grauitatis centrum, minus diſtat à centro ſui circuli, duabus tertiis ſemidiametri partibus.

SIt Sector circuli A B C D.

Dico centrum grauitatis ipſius minus abeſſe à centro circuli B, duabus tertiis ſemidiametri B D.

Si enim non abſit minus, cùm magis etiam abeſſe non poſſit, poterit abeſſe duabus tertiis ſemidiametri partibus. Sit igitur E, & B E duæ a 10. *huius* tertiæ ſemidiametri; [a]cùm B D Sectorem bifariam ſecet, ducantur etiam B F B G, quæ æquales partes bipartitò diuidant, ducaturque H I per



per E, perpendicularis ad BD, quæ lineis BF, BG occurrat in I & H, erunt H & I centra grauitatis partium, [b] nulla enim alia linea per E, bifariam diuidetur in E, terminata ad BF, BG; [c] cùm centra grauitatis partium ob earum æqualitatem debeant eſſe in linea per E bifariam ſecta, ergo H erit centrum grauitatis partis ſeu ſectoris ABD, ſed BH maior eſt BE, quæ eſt duarum tertiarum ſemidiametri, ergo centrum grauitatis Sectoris ABD, abeſt amplius duabus ſemidiametri partibus, [d] quod fieri non poteſt; impoſſibile igitur erit centrum grauitatis totius, abeſſe duabus tertiis ſemidiametri partibus, ex quo conſequitur.

[b] 14. huius

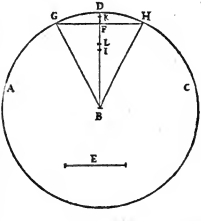
[c] 20. huius & 25. huius.

[d] 19. huius

Ergo omnis Sectoris grauitatis centrũ, &c. quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA V.

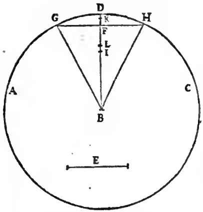
A dato quolibet circulo auferre Sectorem, cuius centrum grauitatis magis diſtet à centro circuli, quolibet interuallo dato, quod minus ſit duabus tertiis ſemidiametri partibus.



DAtus ſit circulus ABC, cuius centrum B, & data linea E, minor duabus tertiis partibus ſemidiametri.

Propoſitum ſit auferre Sectorem, cuius centrum grauitatis magis diſtet à centro circuli B, dato interuallo E.

Cùm E ſit minor ſubſeſquialtera ſemidiametri dati circuli, à ducta qualibet ſemidiametro BD, auferatur BF ſeſquialtera lineę E, erit enim BF minor BD, per F ducatur GH, perpendicularis BD, ſe-



cans circulum in G & H, ducanturque BG, BH.

Dico GBHD eſſe Sectorem qui poſtulatur.

Sumatur in linea BD, quæ Sectorem bifariam diuidit vt conſtat, linea BI æqualis E, erit I centrum grauitatis trianguli BGH, cùm BI ſint duæ tertiæ BF, ſumatur quoque punctum K eſſe centrum grauitatis ſegmenti GDH, [a]quod erit intra DF, cùm I & K ſint centra partium,[b]centrum totius erit intra IK, puta punctum L, quod magis diſtat à puncto B, interuallo BI, id eſt lineæ E.

a 9. petitio Archim. de æquip.
b 16. huius.

Igitur à dato circulo, &c. quod fuit faciendum.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA XXVII.

Si quolibet Sectore circuli bifariam ſecto, à latere eius velut baſi deſcriptum fuerit triangulum, dimidio Sectori æquale, communem cum Sectore eum habens angulum, qui ad centrum circuli eſt, deinde à vertice trianguli ad baſim producta linea quæ ſimile priori triangulum conſtituat, centroq́; Sectoris alius deſcribatur Sector, eiuſdem anguli cum dato Sectore, cuius latus ſit ſeſquialterum eius lineæ, quæ inter centrum circuli & concurſum lineæ à vertice ductæ ad productam baſim, interiicitur; trianguli vertex erit centrum grauitatis Sectoris poſtremo deſcripti.

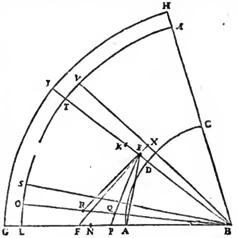
SEctor circuli ſit BADC, bifariam ſectus à linea BD, deſcriptumq́ue triangulum AEB, æquale dimidio dicti Sectoris ADB, & ſit vt AB ad BE, ita BE ad BF, ducaturq́ue EF; ſeu ducatur EF, vt triangulum BEF, ſit ſimile triangulo BEA; ſumatur deinde BG ſeſquialtera BF, & centro B interuallo BG, deſcribatur Sector BGIH.

Dico

Dico punctum E eſſe centrum grauitatis Sectoris BHKI.

Si enim non ſit; cùm ſit in linea BK, cadet ſupra vel infra punctum E.

Cadat Primum ſupra E in K, & fiat vt BK ad BI, ita BE ad BL, & centro B interuallo BL deſcribatur Sector BLM,[a] erit E centrum grauitatis Sectoris BLM, cùm Sectores BLM & BGIH ſint figuræ ſimiles, & puncta E & K in vtroque ſimiliter ponantur, ſitq; punctum K, ex hypotheſi centrum grauitatis Sectoris BGIH. a 7. petit. Archim. primi de æquipond.

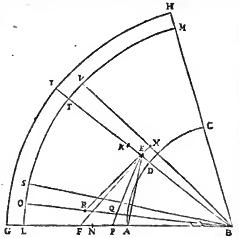


Diuidatur BL in N, vt BL ſit ſeſquialtera BN, & iuxta ea quæ Propoſitione nona oſtenſa ſunt, ducta ſit BO, vt deinde ducta EB, diuidatur ad BO in Q hac ratione, vt ſit PQ ad QE, vt angulus PBQ ad angulum QBE, & duabus lineis QB, BE, ſumptâ tertiâ proportionali BR, excedat linea BF lineam BR minori interuallo, quam FN, quo BF ſuperat BN, & conſequenter ſit maior quàm BN, ſumatur quoque angulus LBS duplus anguli LBO, & angulus TBV æqualis angulo LBO, & per puncta R & E ducatur linea quæ occurrat BV in X.

Cùm lineæ QB, BE, BR ſint tres continuæ proportionales ex conſtructione, erunt triangula BER, BEQ ſimilia, & anguli BER, BQE æquales, ergo etiam anguli deinceps, id eſt BEX, BQP æquales erunt, ergo & triangula BEX, BPQ ſimilia erunt, cùm præter angulos BEX, BPQ etiam angulos EBX, QBP æquales habeant, quare in triangulis BQP, BEX erit ſicut PQ ad QB, ita EX ad EB, ſimiliter etiam in triangulis BQE, BRE, erit ſicut BQ ad QE, ita BE ad ER, ſed PQ eſt ad QE vt angulus BPQ ad QBE, id eſt angulus LBO ad OBT, ergo etiam XE erit ad ER, vt angulus LBO ad angulum OBT, ergo etiam vt angulus LBS, qui eſt duplus anguli LBO, ad angulum SBM, qui eſt duplus anguli OBT, ergo erit XE ad ER reciprocè, vt Sector LBS ad Sectorem SBM, quia Sectores habent eamdem proportionem quam anguli; cùm verò E ſit centrum grauitatis totius Sectoris BLM, & BO bifariam ſecet Sectorem LBS, & BN Sectorem SBM, partes totius Sectoris, & linea RX per E ducta, & vtrimque terminata ad BO, BN diuidatur ad punctum E, in recipro-

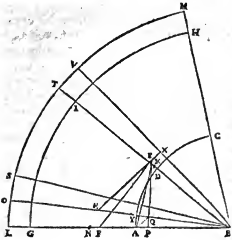
b 25. huius cam proportionem partium, [b]erunt R & X centra partium, ergo R erit centrum grauitatis Sectoris LBS; ſed RB eſt maior BN duabus ſcilicet tertiis BL, ergo alicuius Sectoris centrum, plus duabus tertiis ſemidiametri partibus diſtat à centro circuli, [c] quod fieri nequit; non igitur centrum grauitatis Sectoris BGHI, cadit ſupra E ex quo hoc abſurdum ſequitur.

c 30. huius



Cadat ſecundò infra E in K, & fiat vt BK ad BI, ita BE ad BL, & centro B interuallo BL, deſcribatur Sector BLM, erit E centrum grauitatis Sectoris BLM, vt ſuprà oſtendimus.

Diuidatur BL in N, vt BL ſit ſeſquialtera BN, & iuxta propoſitionem 31. inuentus ſit Sector BLS, cuius centrum grauitatis R, maiori interuallo diſtet à centro circuli B, quam ſit interuallũ lineæ BF, quod eſt minus BN, ſcilicet duabus tertiis ſemidiametri BL, ductaque ſit BRO, diuidet illa bifariam Sectorem BLS, fiat angulus TBV æqualis angulo LBO, ducaturque RE, donec occurrat BV in X.



d 8 primi Archim. de æquip.

e 20. huius

Quandoquidem E ſit centrum grauitatis totius Sectoris BLM, & R centrum grauitatis Sectoris BLS, [d] centrum grauitatis reliqui Sectoris SBM, erit in RE producta, [e] ſed etiam erit in BV, quæ illum bifariam ſecat, ergo in X; ergo erit vt EX ad ER, ita Sector BLS ad Sectorem BSM, & ſimiliter angulus LBS ad angulum SBM, eorumque dimidij, ſcilicet angulus LOB ad angulum OBT,

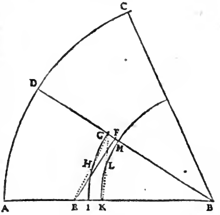
OBT, & angulus TBV ad angulum TBO, vt iam oſtendimus.

Fiat deinde vt BR ad BE, ita BE ad BQ; ducatur EQ, & producatur vſque in P, ducatur item AQ; ſimilia erunt triangula REB, EQB, & anguli REB, EQB æquales, ergo & in triangulis BEX, BQP anguli BEX, BQP qui prioribus ſunt deinceps, æquales erunt, ergo & triangula BEX, BQP ſimilia vt ante oſtendimus, eritque vt EX ad EB, ita PQ ad QB, & vt EB ad ER, ita QB ad QE, ergo ex æqualitate vt EX ad ER, ita PQ ad QE; ſed EX ad ER, vt angulus ABQ ad QBE, hoc eſt vt angulus LBO ad angulum OBT, [f] ergo triangulum AQB æquale Sectori BAY, ergo BQ maior BA; *f 6. huius.* ſed EB eſt media proportionalis inter BQ, BR; item inter BA, BF, ergo rectangulum ſub BF, BA, æquale eſt rectangulo ſub BR, BQ, ergo erit vt BF ad BR, ita BQ ad BA, ſed BE eſt minor BF ex conſtructione, ergo erit BQ minor BA, ergo BQ ſimul erit maior & minor BA, quod fieri nequit; non cadet igitur centrum grauitatis Sectoris BGIH infra E, ex quo abſurdum conſequitur; ſed oſtenſum eſt etiam non cadere ſupra E, ergo erit ipſum punctum E, centrum grauitatis Sectoris BGIH.

Igitur ſi quolibet Sectore circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA XXVIII.

Si quolibet Sectore circuli è centro bifariam diuiſo, ducta fuerit perpendicularis in lineam biſecantē, à puncto lateris quod duabus tertiis partibus ſemidiametri abſit à centro circuli, & fiat vt dimidius Sectoris arcus ad ſemidiametrum, ita perpendicularis ducta ad quartam quamdam lineam, è centro circuli in linea biſecante ſumendam, eius terminus eſt centrum grauitatis Sectoris propoſiti.



Sit datus Sector ABC, ſectus bifariam à ſemidiametro DB, & latere AB diuiſo in E, vt AB ſit ſeſquialtera BE, ducta ſit EF perpendiculans lineæ DB, & ponatur eſſe vt arcus DA ad ſemidiametrum AB, ita EF ad BG.

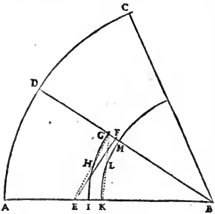
Dico punctum G eſſe centrum grauitatis Sectoris propoſiti.

Fiat enim vt BE ad BG, ita EG ad BK, ducanturq; GE GK; item centro B, interuallo BG,

 deſcri-

deſcribatur arcus GHI, & eodem centro interuallo BK, deſcribatur arcus KLM, & producatur in N.

Cùm ſit vt arcus DA ad ſemidiametrũ AB, ita arcus GHI ad ſemidiametrum BG, & vt arcus DA ad lineam AB, ita EF ad BG, eadem erit proportio arcus GHI ad GB, quæ rectæ EF ad BG, igitur arcus GHI erit rectæ EF æqualis, ſed triangulum GEB habet baſim ſemidiametrum Sectoris BGHI, & altitudinem EF æqualem arcui GHI, ergo eſt æquale Sectori BGHI; item Sectores BGHI, BKLM, cùm ſint ſimiles, ſunt in duplicata ratione ſuarum ſemidiametrorum, cùm verò ſit vt BK ad BG, ita BG ad BE, erit Sector BKLM ad Sectorem BGHI, vt BK ad BE, & conuertendo vt BE ad BK, ita Sector BGHI ad BKLM, & permutando vt triangulum BGE ad Sectorem BGHI, ita triangulum BGK ad Sectorem BKLM; ſed triangulum BGE oſtenſum eſt Sectori BGHI æquale, ergo & triangulum BGK Sectori BKLM æquale. Cùm igitur Sector BKMN ſit bipartitò diuiſus à linea BM, & Sectori BKLM ſit æquale triangulum BGK, producto latere BM comprehenſum, ſitque triangulum BGE ſimile triangulo BGK, & BA ſeſquialtera BE, Sectoris BADC,[a] centrum grauitatis eſt punctum G.



a 31. huius

Ergo ſi quolibet Sectore circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA XXIX.

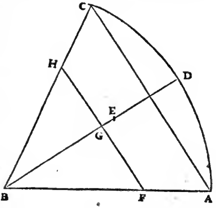
Dato quolibet Sectore circuli, è centro bifariam diuiſo, ſi fiat vt Sectoris arcus, ad duas tertias partes rectæ ſubtendentis arcum, ita ſemidiameter ad quartam quandam lineam è centro ſumendam, in ea quæ Sectorem bifariam ſecat, eius terminus erit centrũ grauitatis Sectoris propoſiti.

SIt ABCD Sector circuli, ductaque BD Sectorem biſecante, ſit veluti arcus ADC ad duas tertias ſubtenſæ AC, ita ſemidiameter BD ad quartam BE.

Dico

Dico E eſſe centrum grauitatis Sectoris propoſiti.

Diuidatur enim AB in F, vt ſit AB ſeſquialtera FB, & ducatur FH parallela AC.



Cùm BF ſit ſubſeſquialtera BA, & ſit vt BF ad BA, ita FH ad AC, erit quoque FH duarum tertiarum AC, quare erit vt arcus ADC ad FH, ita AB ad BE, & vt DA dimidium arcus ADC, ad FG dimidiam FH, ita AB ad BE, ergo conuertendo vt arcus AD ad rectam AB, ita FG perpendicularis lineæ BD, ad lineam BE; cùm igitur AB ſit ſeſquialtera FB, per præcedentem[a] conſtabit E eſſe centrum grauitatis Sectoris propoſiti. [a] 33. huius.

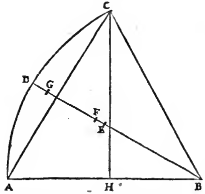
Igitur dato quolibet Sectore circuli, &c. quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA XXX.

Si datum fuerit quodlibet ſegmentum circuli ſemicirculo minus, ductiſq; ſemidiametris quæ ſegmenti arcui inſiſtunt; inuentis deinde centris grauitatis Sectoris, & trianguli à Sectoris lateribus & ſegmenti ſubtenſa comprehenſi, ſi linea vtraque connectens centra grauitatis inuenta, verſus centrum Sectoris producta ita augeatur, vt augmentum ad compoſitam ex augmento & inuenta iam linea, quæ centra connectit, eam habeat proportionem, quam perpendicularis ab extremo arcus Sectoris ducta in Sectoris latus, ad ſegmenti arcum, erit illius augmenti extremum, centrum grauitatis dati ſegmenti circuli.

 Sit

SIt ADC ſegmentum ſemicirculo minus, ductiſque ad centrum circuli cuius eſt ſegmentum lineis AB, CB, item poſitis, F quidem centro grauitatis Sectoris ABCD, at puncto E centro grauitatis trianguli ABC, per quæ ducta linea EF ita producta ſit in G, vt quemadmodum CH perpendicularis in AB, ad arcum ADC, ita ſit GF ad totam GE.



Dico punctum G, eſſe centrum grauitatis ſegmenti ADC.

a 8. primi Archim. de æquiponder.

a Cùm enim linea EF ducatur per centrum totius, id eſt Sectoris; & vnius partis, id eſt trianguli; erit in illa verſus F producta centrum reliquæ partis, id eſt ſegmenti ADC; in eoque puncto puta G, vt linea EF ad FG, habeat reciprocam proportionem partium; ſed illam habet EF ad FG; nam vt eſt perpendicularis CH ad arcum ADC, ità eſt triangulum ABC ad Sectorem ADBC; (Sector enim æqualis eſt triangulo ſub baſi æquali AB, & altitudine quæ æqualis ſit arcui ADC) ergo triangulum & Sector ſunt in proportione GE ad GF, & diuidendo vt triangulum ABC ad ſegmentum ADC, ita FG reciprocè ad FE. b Cùm itaque F ſit centrum grauitatis totius, centrum verò partis, id eſt trianguli ſit E, erit G centrum grauitatis reliqui, id eſt ſegmenti ADC.

b 8. primi Archim. de æquip.

Ergo ſi datum fuerit quodlibet, &c. quod fuit oſtendendum.

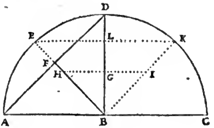
PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA XXXI.

Si datus fuerit ſemicirculus, aut circuli portio ſemicirculo maior, parte circumferentiæ & duabus ſemidiametris comprehenſa, & ſicut dimidius arcus, ad duas tertias partes ſuæ ſubtenſæ, ita perpendicularis è centro circuli in dictam ſubtenſam, ad quartam quampiam lineam, ſumendam à centro, in linea totam portionem è centro biſecante, in eius termino erit centrum grauitatis ſemicirculi, aut portionis propoſitæ.

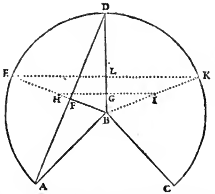
Sit

Sit datus ſemicirculus, aut portio maior vt eam iam deſcripſimus ADC, quam bipartitò ſecet BD, ductaque AD, ſubtenſa dimidij arcus AED, in eamque perpendicularis BF; ſi ponatur eſſe vt arcus AED, ad duas tertias partes ſuæ ſubtenſæ AD, ita BF ad BG.

Dico punctum G eſſe centrum grauitatis ſemicirculi, aut portionis propoſitæ.



Producatur BF in E, quæ biſecabit Sectorē ABDE, ſimiliter reliquum Sectoris dimidium, ſcilicet BDKC bifariam ſecet BK, ducatur EK, & per punctum G ducatur HI, parallela EK, occurrens lineis BE, BK, in H & I.



Cùm BD totam portionem bifariam ſecet, & lineæ BE, BK reliquas partes, erit arcus EDK dimidio arcui portionis æqualis, & EK æqualis AD, & conſequenter linea BL æqualis BF; ergo vt BF ad BG, ita BL ad BG, id eſt vt arcus AED, ad duas tertias ſubtenſæ AD; at in triangulo BEK, linea FI eſt baſi parallela, ergo latera in eamdem proportionem diuidit, ſcilicet in proportionem lineæ BL ad LG; erunt igitur EB ad BH, & BK ad BI, ſicut arcus ſingulorum Sectorum, ad duas tertias ſuæ ſubtenſæ, [a] ergo puncta H & I centra grauitatis Sectorum ABDE, CBDK, [b] ergo centrum totius in HI, ſed etiam eſt in BD, ergo in G.

[a] 34. huius
[b] 10. huius

Igitur ſi datus fuerit ſemicirculus, &c. quod demonſtrare oportuit.

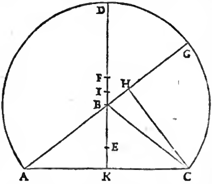
PROPO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA XXXII.

Si datum fuerit ſegmentum quoddam ſemicirculo maius, ductiſq; à baſis extremis duabus ad centrum lineis, factiq; cum baſe trianguli, & reliquæ portionis grauitatis centra fuerint data; producto vno trianguli latere, & in illud demiſſa perpendiculari, ex oppoſito baſis extremo, ſi linea centra grauitatis trianguli, & reliquæ portionis connectens, ita diuiſa fuerit, vt quam proportionem habet ſegmenti arcus, ad perpendicularem iam ductam, eam habeant partes lineæ, hac lege, vt maior pars centro grauitatis trianguli adiaceat; hoc diuiſionis punctum, erit centrum grauitatis ſegmenti propoſiti.

SIt ADC ſegmentum ſemicirculo maius, ductiſque AB, CB ſemidiametris, trianguli ABC grauitatis centrum ſit E, reliqui verò Sectoris grauitatis centrum ſit punctum F, producatur AB in G, ductaque ad eam perpendiculari CH, ponatur linea EF dicta grauitatis centra coniungens, ita diuiſa in I, vt quam proportionem habet arcus ſegmenti ad perpendicularem CH, eam habeat EI ad IF.



Dico punctum I, eſſe centrũ grauitatis dicti ſegmenti.

a 16. huius

b 6. & 7. primi Archimedis de æquiponder.

[a] Neceſſe enim eſt, vt centrum grauitatis ſegmẽti propoſiti, ſit in FE connectente centra partium, [b] in eoque puncto, quod lineam diuidit reciprocè in rationem partium; at triangulum ad reſiduam portionem illam habet proportionem, quam CH ad arcum ſegmenti, (illa enim portio æqualis eſt triangulo rectangulo, ſub ſemidiametro & altitudine quæ ſit dicto arcui æqualis) in eamdemque poſuimus reciprocè diuiſam lineam FE, ergo I erit centrum grauitatis ſegmenti propoſiti.

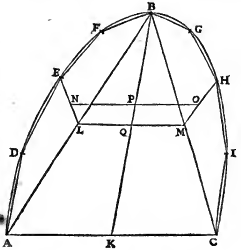
Itaque ſi fuerit datum quoddam ſegmentum, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPO-

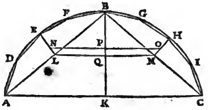
PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA XXXIII.

Si ſegmento circuli vel ellipſis, figura rectilinea euidenter inſcripta fuerit, ſegmentorum reliquorum demptâ figurâ inſcriptâ, commune grauitatis centrum, minus aberit à ſegmenti vertice, dimidio lineæ, quæ à vertice ad mediam baſim ducitur.

SEgmento ABC, euidenter inſcripta ſit figura ADEFBGHIC. Dico magnitudinis ex reliquis ſegmentis, demptâ figurâ inſcriptâ compoſitæ, grauitatis centrum, ([a]quod eſt in diametro BK) minus a 18.huius. abeſſe à vertice B, dimidio lineæ BK.



Ducantur AB, CB, ſegmentoque AEB euidenter inſcripta erit figura ADEFB, & ſegmento CHB figura CIHGB, quare ductis EL, HM diametris, [b] erunt centra grauitatum magnitudinũ compoſitarũ ex ſegmentis reſiduis, demptis figuris ADEFB, CIHGB, in lineis EL, HM. b 21.huius ſit N centrum grauitatis, magnitudinis compoſitæ ex ſegmentis portionis AEB, & ſumatur O centrum grauitatis, magnitudinis cõpoſitæ ex ſegmentis portionis BHC, ductaque NO, [c]cùm centrum grauitatis ex omnibus compoſitæ ſit in NO, & [d]ſit præterea in BK, erit in P, quæ communis vtriuſq; c 21.huius.



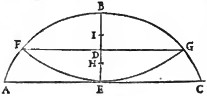
lineæ interſectio eſt; ducatur deinde LM, cadet illa infra NO, & cùm lineas AB, BC ſecet bifariam in L & M, lineam quoque BK bipartitò ſecabit in Q, quapropter cùm P cadat ſupra Q, punctum P, centrum grauitatis

uitatis magnitudinis ex omnibus ſegmentis compoſitæ, aberit à vertice B, interuallo BP, quod minus eſt B Q, dimidio lineæ BK.

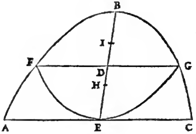
Igitur ſi ſegmento circuli vel ellipſis, &c. quod fuit demonſtrandũ.

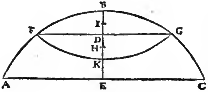
PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA XXXIV.

Cuiuſlibet ſegmẽti circuli vel ellipſis grauitatis centrum, plus diſtat à ſegmenti vertice, dimidio diametri ſegmenti.

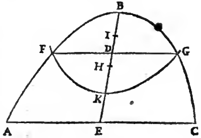


a 19. huius.





b 19. huius



c 2. poſtulatum Lucæ Valerij.
d 1. petitio Archim. de æquip.

SIt ABC ſegmentum circuli vel ellipſis, & linea BE ſegmenti diameter.

Dico centrum grauitatis ſegmẽti, [a] quod eſt in diametro BE, plus dimidio BE, abeſſe à vertice B.

Si enim id verum non ſit, vel aberit dimidio lineæ BE, vel interuallo quod dimidio minus ſit, à ſegmenti vertice.

Primò ponatur abeſſe dimidio BE, ſitque punctum D; ducatur per D linea FG, parallela AC, occurrens vtrimque arcui ſegmenti in F & G; & per puncta FEG, deſcribatur ſegmentum circuli vel ellipſis, æquale & ſimile ſegmento FBG, totumque cadet intra figuram AEGC, quæ omnia ex geometria euidentia ſunt. [b] Segmenti quoque FEG centrum grauitatis erit in DE, & ſit H, centrum item grauitatis ſegmenti FBG ſit I, [c] erunt DH & DI æquales, [d] ideoq; magnitudinis compoſitæ ex ſegmẽtis FBG, FEG, commune grauitatis centrum erit D, ob æqualitatem & ſimilitudinem ſegmentorum, & ex D æquiponderabunt;

bunt; additâ igitur magnitudine, quæ cum ſegmento F E G, componit figuram A F C G,[e] inclinabit pondus ad partes ſegmenti F E G, tota enim compoſita magnitudo A F C G, ponderat ad partes ſegmenti F E G;[f] nam cum totius ſegmenti A B C, centrum grauitatis ſit in B E, item & ablatæ partis E B G ſit in eadem linea, etiam reliquæ figuræ A F G C, erit in eadem linea, [g] ſed etiam eſt intra ipſammet figuram A E G C, ergo erit intra lineam D E, ideoque tam ſegmentum F E G, quàm hoc quod additum eſt ſimul ſumpta, ponderant ex D E, cùm igitur inclinetur pondus, non erit D centrum grauitatis ſegmenti A B C.

e 2. petitio Archim. de æquipond.

f 8. primi Archimedis de æquiponder.

g 9. petitio æquipond. Archim.

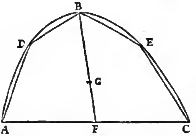
Ponatur ſecundò centrum D, abeſſe minori interuallo, quam ſit dimidium B E, & ſumatur D K æqualis D B, & per F K G deſcribatur ſegmẽtum circuli vel ellipſis vt ſuprà, quod amplius cadet intra figuram A F G C, & inſtitutâ vt prius argumẽtatione, idem abſurdum conſequetur.

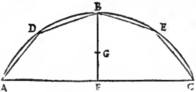
Idcirco cùm centrum grauitatis ſegmenti A B C, nec dimidio lineæ B E, nec interuallo dimidio minori abeſſe poſſit, cadet vltra dimidium lineæ B E, ſeu diametri ſegmenti, initio ſumpto à vertice.

Quare cuiuſlibet ſegmenti, &c. quod oſtendere oportuit.

PROPOSITIO XL. THEOREMA XXXV.

Centrum grauitatis figuræ, ſegmento circuli vel ellipſis euidenter inſcriptæ, non poteſt idem eſſe, cum centro grauitatis ipſius ſegmenti.





SIt A B C ſegmentum circuli vel ellipſis, & figura A D B E C, illi euidenter inſcripta.

Dico vtriuſque idem eſſe non poſſe grauitatis centrum.

Si enim fieri poſſit, [a] cùm ſit in diametro B F, ſit punctum G.

Cùm G ſit centrum totius, id eſt ſegmenti; & partis, id eſt figuræ euidenter inſcriptæ, [b] erit etiam centrum grauitatis reliqui, id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitæ. ergo B G erit [c] minor dimidio B F, & ſimul [d] maior, quod fieri nequit; ergo nec hoc vnde ſequitur, ſcilicet idem eſſe ſegmenti, & figuræ euidenter inſcriptæ grauitatis centrum.

a 18. & 19. huius.

b 18. primi Solidorum Lucæ Valerij.

c 33. huius

d 39. huius

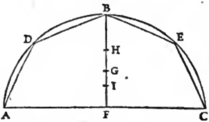
Ergo centrum grauitatis figuræ, &c. quod fuit demonſtrandum.

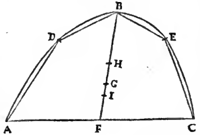
PROPOSITIO XLI. THEOREMA XXXVI.

Si ſegmento circuli vel ellipſis, figura rectilinea fuerit euidenter inſcripta, totius ſegmenti grauitatis centrum, erit vertici ſegmenti propinquius, quàm centrum figuræ inſcriptæ.

SIt ABC ſegmentum circuli vel ellipſis, & ADBEC figura rectilinea, ſegmento euidenter inſcripta.

Dico centrum grauitatis ſegmenti, minus diſtare à vertice, quam centrum grauitatis figuræ euidenter inſcriptæ.





a 18. & 19. huius.
b 40. huius
c 8. primi Archim. de æquip.
d 38. huius
e 39. huius

[a] Cùm vtriuſque magnitudinis centrum grauitatis ſit in BF, ſegmenti diametro, [b] nec idem poſſit eſſe vtriuſque centrum; ſit G centrum ſegmenti, H verò centrum magnitudinis, compoſitæ ex reſiduis ſegmentis, demptâ figurâ inſcriptâ. Cùm G ſit centrum totius, & H centrum partis, [c] neceſſe eſt centrum reliquæ partis cadere ad alteram partem G, id eſt in aliquod punctum I, [d] & cùm H ſit vicinius vertici quàm G, [e] debebit I eſſe remotius à vertice quàm G.

Itaque ſi ſegmento circuli vel ellipſis, &c. quod oportuit demonſtrare.

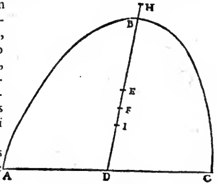
Digitized by Google

PROPOSITIO XLII. THEOREMA XXXVII.

Dato ſegmento circuli vel ellipſis, poteſt figura rectilinea euidenter inſcribi, vt linea quæ inter centrum grauitatis ſegmenti & centrum inſcriptæ figuræ interiicitur, ſit quacumque lineâ rectâ datâ minor.

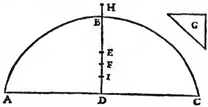
SEgmentum circuli vel ellipſis ſit ABC, centrum grauitatis eius E, interuallum datum EF, ita vt F ſit infra, [a] cùm centrum grauitatis figuræ cadat infra centrum ſegmenti. a 41. *huius*

Sumatur aliquod ſpatium G, ad quod ſegmentum maiorem habeat proportionem, quàm BF ad EF, & ſegmento figura euidenter inſcribatur, donec ſpatium ex reſiduis ſegmentis, dempta inſcripta figura compoſitum, ſit minus ſpatio G, conſtat verò id fieri poſſe.



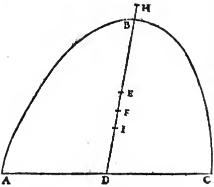
Dico centrum grauitatis illius figuræ inſcriptæ, cadere ſupra F.

Si non cadat ſupra F, vel cadet in ipſum F, vel infra.

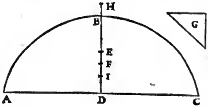


Ponamus primò coincidere cum F; cum E ſit centrum totius ſegmenti, & F partis, ſeu figuræ euidenter inſcriptæ, [b] erit centrum reliquæ partis, id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitę, in FE, producta verſus E, in eoque puncto puta H, vt FE, ad EH ſit, vt reſiduum ex ſegmentis, ad inſcriptam figuram; quare etiam componendo erit vt HF ad FE, ita totum ſegmentum, ad reſiduum ex ſegmentis; cùm verò illud reſiduum iuxta conſtructionem ſit minus ſpatio G, erit maior proportio ſegmenti ad reſiduum, quàm ſegmenti ad ſpatium G, ideoque maior proportio HF ad FE, quæ eſt vt ſegmentum ad reſiduum, quàm BF ad FE; ergo H centrum grauitatis ſpatiorum reſiduorum, cadit extra ſegmentum ABC, [c] quod fieri nequit. igitur centrum grauitatis inſcriptæ non coincidit cum F, ex quo abſurdum conſequitur. b 8. *primi Archim. de æquip.* c 17. *huius*

Cadat ſecundò centrum grauitatis infra F in I; cùm E ſit centrum grauitatis totius, id eſt ſegmenti; & I centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, centrum reliqui, id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitæ ſit H; vt prius erit maior proportio ſegmenti ad reſiduum, quàm BF ad BE, ergo quoque diuidendo, maior erit proportio figuræ inſcriptæ ad reſidua ſegmenta, quàm BE ad EF, multoque maior quàm BE ad EI, ſed vt inſcripta figura ad reſidua ſegmenta, ita HE ad EI, ergo maior proportio HE ad EI, quàm BE ad EI, ergo HE maior BE, ergo H cadit extra ſegmentum, centrum nimirum grauitatis reſiduorum ſegmentorum, d quod fieri nequit; ergo nec inſcriptæ figuræ centrum grauitatis cadit infra F, ex quo id impoſſibile ſequitûr.



d 17. huius



Cùm ergo inſcriptæ figuræ centrum grauitatis, quod neceſſariò cadit infra E centrum ſegmenti, non coincidat cum F, nec cadat infra F, cadet intra ſpatium FE, eritque propinquius centro ſegmẽti, quàm ſit datum ſpatium FE.

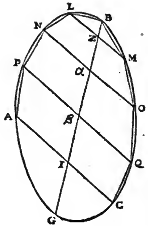
Quare poſſibile eſt dato ſegmento, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA XXXVIII.

Si dentur duo ſegmenta, vnum ellipſis alterum circuli, & quam proportionem habet ſegmentum ellipſis ad totam ellipſim, eamdem habeat ſegmentum circuli ad totum circulum; & in vtroque rectilinea figura euidenter deſcribantur, quarum latera ſint multitudine æqualia, figurarum centra grauitatis, ſimiliter ſecabunt ſegmentorum diametros.

Sit

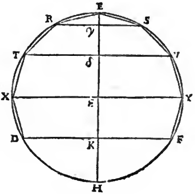
SIt ABC ſegmentum ellipſis, DEF ſegmentum circuli, & ſit ſegmentum ellipſis ad totam ellipſim ABCG, vt ſegmentum circuli ad totum circulum DEFH, & ſegmento quidem ellipſis, figura APNLBMOQE, euidenter inſcripta ſit, ſegmento verò circuli, figura DXTRESVXF.



Dico centra grauitatis vtriuſque figuræ inſcriptæ, ſimiliter ſecare diametros ſegmentorum BI, EK.

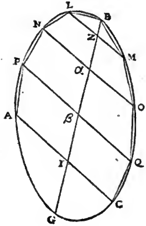
Iungantur LM, NO, PQ, in ellipſi; & RS, TV, XY in circulo.

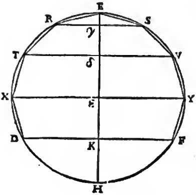
Iam ſuppono ex Conicis, ductas lineas inter ſe parallelas eſſe, & ad diametros bifariam diuidi; & parallelas in ſegmenro ellipſis, cum reſpondentibus comparatas, inter ſe eamdem habere proportionem, quam illæ quæ in ſegmento circuli reſpondent illis, quæ in ellipſi inter ſe comparatæ ſunt; denique ipſas ſegmentorum diametros, ad totas ſuarum figurarum diametros, eamdem habere proportionem, eò quòd ſegmentorum areæ, ad totas ſuarum figurarum areas, eamdem proportionem habeant. Hæc enim omnia ex Conicis demonſtrationibus, apud geometras nota ſunt, & ea hîc demonſtrare ab inſtituto alienum foret.



His ſuppoſitis propoſitum demonſtrabo. a Trapeziorum APQC, DXYF centra grauitatis, erunt in Iβ, K, ε, rectis lineis ſimiliter poſita, cùm eamdem habeant proportionem AC, PQ, quam DF, XY. Similiter

a 15. primi Archim. de æquipond.





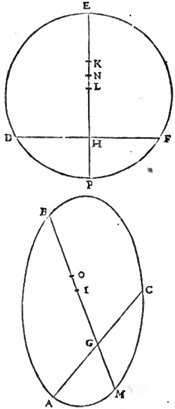
liter etiam trapeziorum PNOQ, XTVY centra grauitatis, ſimiliter diuident lineas βα, εδ; denique & in trapeziis reliquis, centra grauitatis ſimiliter diuident ſuas lineas, eadem de cauſa; ſunt autem & triangulorum LBM, RES centra grauitatis, in lineis BZ, Eγ ſimiliter poſita; habent autem eamdem proportionem trapezia & triangula, vt ſibi reſpondent in ſegmentis propoſitis circuli & ellipſis, quare ſi duorum primorum trapeziorum in ſegmento ellipſis, commune centrum grauitatis inuentum fuerit, itidem duorum trapeziorum primorum in ſegmento circuli, lineæ αI in ellipſi & δK in circulo ſimiliter diuidentur, atque ita progreſſione facta ad reliqua, totius figuræ rectilineæ, in ſegmento ellipſis ABC inſcriptæ, centrum grauitatis ſimiliter diuidet diametrum BI, ſicut figuræ in ſegmento circuli inſcriptæ grauitatis centrum, diuidet lineam EK.

Igitur ſi dentur duo ſegmenta, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPO-

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA XXXIX.

Si duo ſegmenta data fuerint, vnum ellipſis alterum circuli, & quam proportionem habet ſegmentum ellipſis ad totam ellipſim, eamdem habeat ſegmentum circuli ad totum circulum; centra grauitatis in eamdem proportionem diuident earum diametros.



Sint duo ſegmenta ABC, DEF, qualia propoſitio poſtulat, eorum diametri BG, EH, centra grauitatis I & K.

Dico eamdem eſſe proportionem BI ad IG, quæ eſt EK ad EH.

Si enim non ſit eadem proportio, erit maior vel minor.

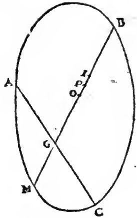
Sit primò maior proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, & diuidatur EH in proportionem BI ad BG, in aliquo puncto L, cadet illud neceſſariò infra punctum K. [a] Inſcribatur ſegmento circuli DEF, euidenter figura rectilinea, cuius centrum grauitatis N, minus abſit à puncto K, interuallo KL, & ſicut diuiſa eſt EH in N; ita diuidatur BG in aliquo puncto O, cadet punctum O ſupra punctum I, nam maior eſt proportio EN ad NH, quàm EL ad LH, id eſt BI ad IG; deinde inſcribatur ſegmento ellipſis ABC euidenter figura rectilinea totidem laterum, eius centrum grauitatis erit O, [b] cadetque ſupra centrum grauitatis ſegmenti, [c] quod fieri nequit; vnde nec maior erit proportio BI ad IC, quàm EK ad KH, vnde id ſequitur.

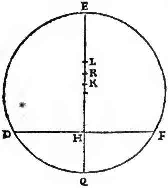
a 42. huius

b 43. huius

c 41. huius

Digitized by Google





Sit ſecundò minor proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, & diuidatur EH in proportionem BI ad BG, in aliquo puncto L, cadet illud neceſſariò ſupra punctum K, & tum diuidatur BG in O, vt ſit BO ad OG, ſicut EK ad KH, cadet O neceſſariò infra I. [d] inſcribatur ſegmento ABC euidenter figura rectilinea, cuius centrum grauitatis P, minus abſit à puncto I, interuallo OI, & ſicut diuiſa eſt BG in P, ita diuidatur EH in R, cadet R ſupra K; nam minor eſt proportio BP ad PG, quàm BO ad OG, id eſt EK ad KH, deinde inſcribatur ſegmento circuli DEF, euidenter figura rectilinea totidem laterum, eius centrum grauitatis erit R, [e] cadetque ſupra centrum grauitatis ſegmenti, quod fieri nequit; vnde nec minor erit proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, vnde id ſequebatur.

d 42. *huius*

e 43. *huius*

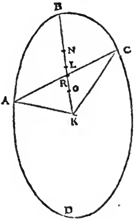
Idcirco cùm proportio BI ad IG, nec maior nec minor ſit proportione EK ad EH, erit eadem.

Ideo ſi duo ſegmenta data fuerint, &c. quod oſtendere oportuit.

PROPO-

PROPOSITIO XLV. THEOREMA XL.

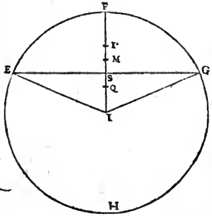
Si fuerint duo Sectores, vnus ellipticus alter circularis, dimidiis ſuis figuris minores, æquales, vel maiores; & quam proportionem habet vnus Sector ad ſuam figuram, eamdem habeat alter Sector ad ſuam, centrum grauitatis ipſorum, in eamdem rationem diuidet ſemidiametros illas, quæ Sectores bifariam ſecant.



Sint primò Sectores ſemiellipſi aut ſemicirculo minores ABCK, EFGI, eoſque bifariam ſecent ſemidiametri KB, IF.

Dico ſemidiametros illas, à centris grauitatis diuidi in eamdem rationem.

Ducantur AC, EG; quòd AC EG ſecent ſimiliter ſemidiametros in R & S, & ſegmenta ABC, EFG ſingula ad reliqua triangula, & totas figuras, eamdem habeant proportionem, ex Conicis demonſtrationibus notum eſt. ponantur N & P eſſe centra grauitatis ſegmentorum; puncta verò O & Q eſſe centra grauitatis triangulorum ([a] erunt autem N & P in ſemidiametris KB, IF, baſes & ſegmenta biſecantibus,[b] & O & Q in iiſdem ſemidiametris, quæ baſes triangulorum AKC, EIG bifariam diuidunt) [c] erit BN ad NR, vt FP ad PS. [d] item KO ad OR, vt IQ ad QS, & cum N, O, ſint centra partium Sectoris elliptici, P & Q verò centra partium Sectoris circularis, totorum Sectorum

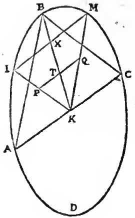


a 19. huius.

b 13. primi Archim. de æquip.

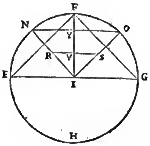
c 44. huius

d corollar. 14. primi Archim. de æquip.

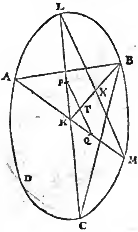


e 6. & 7. primi æquiponder. Archim.

centra erunt in N O, P Q, & conſequenter in ſemidiametris Sectores bifariam ſecantibus; ſint L & M, e erunt reciprocè O L ad L N, & Q M ad M P, ſicut ſegmenta ad triangula, quæ cùm vtrobique in eadem ſint proportione, erit O L ad L N, vt Q M ad M P. ideoque manifeſtum eſt puncta N, Q, L, O, ita diuidere ſemidiametrū B K, vt puncta P, S, M, Q, diuidunt ſemidiametrum F I, & conſequenter puncta L & M, quæ ſunt centra grauitatis Sectorum, ſemidiametros in eandem rationē ſecare.



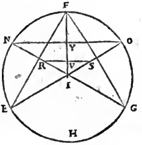
Sint ſecundo ambo mediæ parti ſuarum figurarum æquales aut maiores, A B C K ellipticus, E F G I circularis, eoſque bifariam ſecent ſemidiametri B K, I F, factoſq; Sectores, in ellipſi quidem A L B K, C M B K, in circulo verò E N F I, G O F I, bifariam ſecent ſemidiametri K L, K M, I N, I O, inuentaque ſint centra dictorum Sectorum, in quas toti Sectores propoſiti diuiſi ſunt, (quos medietate figurarum ſuarum minores eſſe neceſſe erit) ſintque centra grauitatis, in ellipſi quidem P, Q, in circulo verò R, S. (erunt enim in illis ſemidiametris vt iam oſtendimus) ducanturque L M, P Q, N O, R S, quæ ſecent B K quidem in X & T, at F I in Y, V.



f ex iam dictis.

g 1. petitio æquipond. Archim.

Lineas L M, N O bifariam diuidi à ſemidiametris B K, F I, ex conicis patet; ſed cùm toti Sectores ad ſuas figuras eandem habeant proportionem, etiam ipſorum dimidij ad ſuas figuras eandem habebunt proportionem, f ideoque inuenta grauitatis centra A, Q; R, S. diuident omnes illas ſemidiametros in eandem proportionem, & P Q erit parallela L M, & R S parallela N O, & tam P Q quàm R S, ad ſemidiametros B K, F I bifariam diuidentur, cum L M, N O ipſis parallelæ, bipartitò ſecentur. g erit quoque in ellipſi, ob



ob Sectorum æqualitatem, commune centrum grauitatis amborum Sectorum, punctum T, id eſt totius Sectoris ABCK,& in circulo punctum V, commune duorum Sectorum centrum,id eſt totius Sectoris EFGH,ſed BK diuiditur in X, quemadmodum FI in Y, vt conſtat ex conicis,& XK in T,ſicut YI in V, cum YT ad TK, ſit vt LP ad PK,& YV ſit ad VI,vt NR ad RI, [h] ſint autem LK in P,& NI in R ſimiliter ſectæ, ergo erit etiam tota BK in T,centro grauitatis Sectoris,ita ſecta, ſicut FI in V, itidem centro grauitatis Sectoris.

h *ex iam dictis.*

Igitur ſi fuerint duo Sectores,&c. quod fuit demonſtrandum.

Digitized by Google

COROLLARIA.

I.

INuentâ circuli quadraturâ, dabitur centrum grauitatis cuiuſlibet Sectoris, minoris & maioris ſemicirculo, ipſius ſemicirculi, & ſegmentorum ſemicirculo maiorum & minorum, ſi quidem proportio arcus ipſorum, ad totam peripheriam ſit cognita; & hæc de ellipticis figuris, quæ illis reſpondent, etiam intelligantur.

II.

Dato cuiuſlibet iſtarum partium grauitatis centro, ipſius etiam quadratura erit obuia; dabuntur enim tres lineæ rectæ, quibus ſumpta quarta proportionalis, ſit arcui toti, aut dimidio figuræ propoſitæ æqualis. quâ detectâ à nobis connexione, inter quadraturam circuli & centra grauitatis partium eius, ſimul nouam aperuimus viam quadrandi circulum; ſi nimirum centra grauitatis partium, independenter à quadratura quærantur.

III.

Lunularum quarumuis, à quibuſlibet duabus circumferentiæ portionibus comprehenſarum; ſimiliter ſpatiorum inter duas lineas parallelas, vel non parallelas interceptorum; Arbelorum quoque & ſcalprorum, ſeu ſecuricularum, & quarumuis figurarum, vel ex arcubus circuli, vel arcubus & rectis lineis compoſitarum, dabuntur centra grauitatis; quæ omnes ſubtenſis rectis lineis ſub arcubus, in ſegmenta circulorum, & rectilineas figuras reſoluentur. Et hæc in ellipſi quoque locum habent.

IV.

Sed & ad corporum quorumdam, quæ nos hactenus latuère, grauitatis centra reperienda, hæc licebit transferre. Dabuntur enim centra grauitatis partium cylindrorum, dictis iam figuris velut baſibus inſiſtentium, baſes oppoſitas parallelas habentium. Similiter & partium conorum per verticem Sectorum, talibus baſibus ſiue circularibus ſiue ellipticis inſiſtentium. Dabitur enim axis grauitatis, in cylindris quidem per centra grauitatis oppoſitarum baſium parallelarum, in conis verò ductus ad centrum grauitatis baſis per verticem, in cuius medietate centrum grauitatis partium cylindricarum, in quarta verò parte quæ baſi adiacet, partium conicarum reperietur; iuxta ea quæ Fridericus Commandinus, & Lucas Valerius de centris grauitatis ſolidorum tradidère.

R.P.PRO-

Digitized by Google

R. P. PROVINCIALIS Societatis IESV in Prouincia Toletana Facultas.

MICHAEL PACHECVS Societatis IESV, in Prouincia Toletana Præpoſitus Prouincialis, poteſtate ad id mihi facta à Reuerendo admodum Patre noſtro MVTIO VITELLESCHO, Præpoſito Generali, facultatem facio, vt liber inſcriptus: IOANNIS DELLA FAILLE ANTVERPIENSIS, E SOCIETATE IESV, IN ACADEMIA MATRITENSI COLLEGII IMPERIALIS, REGII MATHESEOS PROFESSORIS, THEOREMATA DE CENTRO GRAVITATIS PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS, eiuſdem Societatis grauium doctorumque hominum iudicio approbatus, typis mandetur. In quorum fidem has litteras manu noſtra ſubſcriptas, & ſigillo noſtro munitas dedimus. Matriti, in noſtro Imperiali Collegio x. Kal. Decembr. ∞ IↄC XXXI.

MICHAEL PACHECO.

GVILIELMVS DE VVAEL Societatis IESV per Flandro-Belgium Præpoſitus Prouincialis IOANNI MEVRSIO Typographo Sal.

CVm P. Ioannes della Faille Societatis noſtræ Sacerdos librum compoſuerit de centro grauitatis partium circuli & ellipſis, examinatum & auctoritate R.di ad.um P. N. Mutij Vitelleſchi Præpoſiti Generalis Societatis IESV approbatum, ego pro auctoritate à Ser.mis Principibus noſtris nobis conceſſa, poteſtatem Tibi facio dictum librum imprimendi & liberè diuendendi. In quorum fidem has manu mea ſignaui, & officij mei ſigillo muniui Liræ 4. Aprilis 1632.

GVILIELMVS DE WAEL.

SVMMA PRIVILEGII.

PHILIPPVS Dei gratia, Hiſpaniarum, Indiarum, &c. Rex Catholicus, Archidux Auſtriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Sereniſſimus Belgarum Princeps, diplomate ſuo ſanxit, ne quis Librum, cui titulus eſt, THEOREMATA DE CENTRO GRAVITATIS PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS, Auctore P. IOANNE DELLA FAILLE, citra IOANNIS MEVRSI voluntatem, vllo modo imprimat, aut alibi terrarum impreſſum, in Inferioris Germaniæ ditiones importet, venalémve habeat. Qui ſecus faxit, confiſcatione Librorum, & alia graui pœna mulctabitur, vti latius patet in Litteris datis Bruxellæ, 24. Apr. 1632.

Signat. I. COOLS.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITT. EMANUELE

Digitized by Google